飯 吉 僚•竹 松 英 夫

Numerical Analysis of Bombarding Electron Trajectories in an Electron-Heated Point Cathode Gun

Ryo IIYOSHI and Hideo TAKEMATSU

An electron-heated point cathode gun has been studied for the development of a high brightness gun with a long cathode life. Only the tip part of the tungsten point cathode is heated by the electron bombardment. The temperature of the cathode tip can be raised even up to the melting point. The bombarding electrons are produced from a loop filament of an annular gun which is set inside the Wehnelt electrode of the point cathode gun. One of the most important factors of this gun is the heating efficiency of the point cathode. In order to make clear the dependence of the heating efficiency on various factors, we have carried out the numerical calculation of the bombarding electron trajectories in the plane which includes the loop filament and intersects perpendicularly the optical axis of the point cathode gun. It has been found that the bombarding position and angle on the point cathode depend on the initial energy and angular spreads of the electrons emitted from the loop filament as well as the magnetic field generated by the heating current of the loop filament. The heating current of the loop filament has been found to be a dominant factor affecting the heating efficiency, so that the use of a reasonably thin loop filament is desirable for the further improvement of this gun.

1. 序

透過型ならびに走査型電子顕微鏡や電子線微量分析装 置などの各種電子ビーム応用機器では、性能を向上する ため、高輝度電子銃が望まれるようになってきている。 現在広く使用されている電子銃には、タングステン・ヘ アピン陰極が使用されている。この陰極温度を上昇すれ ば、放出電子流密度が増加し高輝度が達成されるはずで あるが、陰極前面に形成される空間電荷の影響で、輝度 は強い制限を受ける。また高温度では、陰極材料自体の 蒸発が進み寿命は著しく低下する¹²⁰。鋭い先端をもつタ ングステン・ポイント陰極は、高温度においても空間電 荷による制限がないという優れた電子放出特性をもつ が³⁰、タングステン・ヘアピン・フィラメントで支持・加 熱されるので、寿命はヘアピン陰極と同様の制限を受け る。

このようなことから,ポイント陰極先端部のみを加熱 する方法を採用し,高温度動作を実現して,高輝度を達 成しようとする試みがなされている。レーザー光による 加熱を採用した電子銃の実験が行なわれているが⁴⁵⁵, 我々は経済的に優位であるという見地から,電子衝撃に よる加熱を採用した電子銃の開発を進めている。

この電子銃は、針状のポイント陰極を備えた電子銃と、 ウェーネルト電極内部に配置したポイント陰極加熱用の 環状電子銃で構成されている。既に、電子衝撃でポイン ト陰極をタングステン融点温度(3650K)まで加熱できる こと、加熱されたポイント陰極先端から放出電子ビーム が得られたこと、また電子衝撃時に発生する反射電子や 2次電子が原因で陽極へ漏れ出る電子が存在するという 問題点もあることなどを報告してきた⁶⁾。漏れ電子の量 は、衝撃電子量に依存するので、環状電子銃の特性を向 上しわずかな衝撃電子量でポイント陰極先端を効率よく 高温度に加熱できれば、この量はさらに減少できる。

このため実験と並行して, 銃内部の電位分布および衝撃電子軌道の数値解析を行なって, 加熱効率を向上させるため各電極の配置や形状の検討と改良を進めている。 光軸を含む r-z 面で行なった解析結果は既に報告したがⁿ, 環状電子銃の陰極であるループ・フィラメントから放出される電子の初期エネルギー分布や放出角度分布だけでなく, ループ・フィラメント加熱電流によって発生した磁界も,電子衝撃加熱の効率に大きく影響を及ぼす。 従って,前回報告した r-z 面内における解析に加えて, ル ープ・フィラメントを含み光軸と垂直に交わる r-θ 面内 での同様な解析が必要である。

2. 電子銃の構造

図1に電子銃の構造と各電極電位を示す。針状のポイ



Fig. 1 Geometrical arrangement of electron-heated point cathode gun. An example of potentials on each electrode ; point cathode 0 [V], wehnelt and shield electrodes -20[V], anode 40 [kV], loop filament -4 [kV] and annular bias electrode -4.1 [kV]. Loop filament, annular bias electrode, wehnelt and shield construct an annular gun for cathode heating.

ント陰極先端を電子衝撃で加熱するため、ウェーネルト 電極内部に環状電子銃が配置されている。ループ・フィ ラメント,環状パイアス電極、ウェーネルトとシールド が環状電子銃を構成し,通電加熱したループ・フィラメ ント (ループ直径 8 mm)から放出される衝撃電子を、 中心の光軸に向けて加速し、光軸上に置かれたポイント 陰極を電子衝撃によって加熱する。

前回報告した r-z 面内の電位分布と電子軌道の計算結 果を図2に示すⁿ。ループ・フィラメントから放出された 衝撃電子は、円板状のビームを形成して、ポイント陰極 表面上の幅約0.3mmの帯状領域を衝撃する。ポイント陰 極先端部には0(V)の等電位面が入り、電子放出が可能 な状態にある。ポイント陰極先端の加熱は、ループ・フ ィラメントと環状バイフス電極とを共にやや下げた配置 で実現できる。

環状電子銃による電子衝撃加熱特性を評価するには, 図2に示した r-z 面での衝撃位置や範囲および衝撃角度 以外に,光軸と垂直に交わる r-θ 面での衝撃状態も重要



Fig. 2 Potential distribution and bombarding electron trajectories in r-z plane. Potential distribution is shown in equipotential lines at intervals of 100 [V].

である。ループ・フィラメントから放出される衝撃電子 はエネルギーおよび角度分布をもつため、ポイント陰極 表面上の衝撃位置はr-θ面でも拡がりを生じることにな る。ポイント陰極径が小さい場合には、この拡がりが問 題となる。さらにr-θ面内の衝撃電子は、ループ・フィラ メント加熱電流によって発生する磁界によって偏向さ れ、その結果光軸のまわりに衝撃電子が到達できない Dead Zone が生じ、電子衝撃加熱効率が著しく低下する ことも Bas らによって指摘されている⁸。これらの点を 明らかにするため、磁界の影響も考慮してr-θ面内の衝 撃電子軌道を計算し、ポイント陰極上の衝撃位置を求め る。

3. 軌道計算

3.1 電磁界

ループ・フィラメントを含む r- θ 面が光軸と交わる点 を z 軸の原点とする。電界は既に報告した図 2 に示した r-z 面での電位分布から計算するⁿ。r-z 面の電位分布は, この面を一辺0.1mm の正方メッシュに分割し,各格子点 電位をラプラス方程式の差分型により逐次加速緩和法 (SOR 法)を用して計算した。任意の位置(r, z)の電 位 $\bar{\nabla}$ (r, z)は、計算した格子点電位より Newton の 3 次内挿公式を用いて計算するⁿ。図 2 の結果が示すよう に, r- θ 面は電位分布に関して近似的に一つの対称面に なっていることから、この面内では電界の z 方向成分は 無視できる。従って $\bar{\nabla}$ (r, 0)の差分で r 方向電界を求めた (式(3)参照)。

ループ・フィラメント加熱電流によって発生する磁界 は、円形閉路電流が発生する磁界として知られた解析解 を用いる。 $r-\theta$ 面の衝撃電子軌道に作用するのは、z方向成分

$$Bz(r) = -\frac{\mu_o I}{2\pi (r+r_l)} - [K(k) + \frac{r+r_l}{r-r_l} E(k)]$$
(1)

である。ここで μ_0 は真空の透磁率, Iはループ・フィラメント加熱電流, r_i は光軸からループ・フィラメント断面中心までの距離, K および E は第1種および第2種完全楕円積分であり, その母数 k は

$$k^2 = \frac{4rr_l}{(r+r_l)^2}$$
(2)

である。図3にBz(r)/Iを示す。



3.2 軌道

 $r \cdot \theta$ 面でのポイント陰極上電子衝撃位置を決定するために, ループ・フィラメントから種々のエネルギーと放出角度をもって放出される衝撃電子の軌道を計算する。 $r \cdot \theta$ 面には, 互いに直交する回転対称の電磁界 Er(r), Bz(r)が存在する。

 $r-\theta$ 面内の扇形微小面積要素 ($\Delta r_m, \Delta \theta_m$)を考える。要素を充分小さくとれば、その内部における電磁界を一定 とみなすことができる。互いに直交する定電磁界内の電 子軌道は、周知のように解析的手法で解くことができサ イクロイドとなる⁹⁾。衝撃電子軌道は、このような近似的 手法と解析解を用いて次のように計算する。

計算のため、図 4 (a)に示すような仮想メッシュ(サイ ズ Δr_m , $\Delta \theta_m$)を導入する。仮想メッシュは電子の初期位 置 (r_o , θ_o)を中心とするようにとった微小面積要素であ る。その内部に電子の初期位置を原点とするデカルト座 標系 x-y-zをとり、メッシュ内部の電磁界を次のよう な一定値で近似する。

$$\mathbf{E}x = -\frac{1}{\Delta \mathbf{r}_{m}} \left[\overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r}_{o} + \frac{\Delta \mathbf{r}_{m}}{2}) - \overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r}_{o} - \frac{\Delta \mathbf{r}_{m}}{2}) \right]$$
(3)

$$Bz = \frac{1}{2} \left[Bz(r_o + \frac{\Delta r_m}{2}) + Bz(r_o - \frac{\Delta r_m}{2}) \right]$$
(4)

電子の初期速度 r_o, r_oθoは、デカルト座標系では

$$x_0 = r_0$$
 (5)

$$y_{\rm o} = r_{\rm o} \,\theta_{\rm o} \tag{6}$$



Fig. 4 (a) Virtual mesh and (b) procedure for trajectory calculation in $r \cdot \theta$ plane.

となるので、仮想メッシュ内での時間 Δt 後の微小変位 は、サイクロイド軌道より

$$\Delta x = -2\left(\frac{y_o}{\omega} - \frac{\varepsilon}{\omega^2}\right)\sin^2\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) + \frac{\dot{x}_o}{\omega}\sin(\omega\Delta t)$$
(7)

$$\Delta y = \left(\frac{y_0}{\omega} - \frac{\varepsilon}{\omega_2}\right) \sin(\omega \Delta t)$$

$$+ 2\frac{x_0}{\omega} \sin^2\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right) + \frac{\varepsilon}{\omega} \Delta t$$
(8)

で与えることができる。ここで ε,ω はそれぞれ,

$$\varepsilon = -\frac{e}{m} Ex \tag{9}$$

$$ω = -\frac{e}{m}Bz$$
 (Lamor 周波数) (10)

であり, e, m は電子の電荷および質量である。Δt 後の速 度は次式で与えられる。

$$\dot{x} = -(\dot{y}_o - \frac{\varepsilon}{\omega})\sin(\omega\Delta t) + \dot{x}_o\cos(\omega\Delta t)$$
(11)

$$\dot{y} = \dot{y}_0 \cos(\omega \Delta t) + \dot{x}_0 \sin(\omega \Delta t) + 2\frac{\varepsilon}{\omega} \sin(\frac{\omega \Delta t}{2})$$
 (12)

式(7), (8), (11), (12)では、 Δt が小さな値となった場合に発生する大きなケタ落ち誤差を避けるため、 $(1 - \cos\omega\Delta t)$ の項を $\sin^2\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right)$ で置き換えている。

電子の位置 (\mathbf{r}, θ) および速度 $(\mathbf{r}, \mathbf{r}\theta)$ は、 θ 方向変位 $\Delta \theta$ が

となることから

$$\Delta \theta = \arctan\left(\frac{\Delta y}{r_o + \Delta x}\right) \tag{13}$$

$$r = \frac{r_o + \Delta x}{\cos \Delta \theta} \tag{14}$$

$ heta = heta_{ m o} + \Delta heta$.	(15)
$\dot{\mathbf{r}} = \dot{x} \cos \Delta \theta + \dot{y} \sin \Delta \theta$	(16)
$\dot{r}\theta = -\dot{x}\sin\Delta\theta + \dot{y}\cos\Delta\theta$	(17)

となる。

メッシュ内部では式(3), (4)の近似に基づいて軌道を計 算しているため、 $| \mathbf{r} - \mathbf{r}_o | \leq \Delta \mathbf{r}_m / 2 \, \varkappa \, \mathsf{k} \, \mathsf{k} \, \mathsf{v} \, | \Delta \theta |$ $\leq \Delta \theta_m / 2 \, \varkappa$ 満たされるように $\Delta \mathbf{t} \, \mathsf{c}$ 制限した。こうして メッシュ内部の電子の座標と速度が計算されると、状況 は先に述べた初期状態と全く同様である。図 4 (b)に示す ように、仮想メッシュをとり次の軌道を計算する。この 手順を繰返して全軌道が求められた。

磁界の影響を評価するためには、電界のみの場合の軌 道計算が必要である。式(7)、(8)、(11)、(12)は、分母に ω を 含むため計算に使用するには適当でない。 $\omega \rightarrow 0$ の極限 では、これらの式は次のようになる。

$\Delta x = \frac{1}{2} \varepsilon (\Delta t)^2 + \dot{x}_o \Delta t$	(18)
$\Delta y = \dot{y}_{\rm o} \Delta t$	(19)
$\dot{x} = \epsilon \Delta t + \dot{x}_o$	(20)
$\dot{y} = \dot{y}_0$	(21)

磁界を無視した場合の計算には上式を用い、全く同じ手 順で全軌道を計算した。

この軌道計算法の精度は、電界計算法などの数値計算 誤差の他に、仮想メッシュのサイズによって決まる。こ れを評価するため、仮想メッシュのサイズを種々変えて、 磁界が存在しない場合の軌道計算を行なった。電界 Er(r) のみからなる中心力場内での電子の運動では、軌道全体 にわたって r と θ 方向速度成分との積 h=r² $\dot{\theta}$ が保存量 となる。ループ・フィラメント表面の接線方向に0.1(eV) の初期エネルギーで r- θ 面内に放出された衝撃電子の軌 道を計算し、放出時の h とポイント陰極衝撃時の h とを 比較した。仮想メッシュのサイズを $\Delta r_m = 50 \ (\mu m)$, $\Delta \theta_m = 1/4\pi$ (rad) としたとき、相対誤差 Δh は 4 × 10⁻³ であった。その誤差は放出位置付近で発生することがわ かったので、ループ・フィラメント付近では仮想メッシ



ュのサイズを1/10に減少して計算した。このサイズで計 算する回数を M とすると、 Δh は図 5 に示すように M の増加とともに減少し、M=2000で2.3×10⁻³となる。仮 想メッシュサイズをさらに小さくすれば、 Δh はさらに 減少するが、本計算ではこの程度の精度で充分である。 3.3 放出初期条件

ループ・フィラメントから放出される熱電子は、 Maxwell のエネルギー分布と Lambert の cosine 則に 従う放出角度分布をもつ。[0, E]の範囲の初期エネルギ ーをもって、放出面の法線に対して $[0, \phi]$ の角度範囲 に放出される電子の確率は、各分布関数を積分して次式 となる。

$$N(E,\phi) = \left[1 - (1 + \frac{E}{kT})e^{\frac{E}{kT}}\right] \sin^2\phi$$
(22)

ここで k は Boltzmann 定数, T はループ・フィラメント 温度である。例えば $\phi = \frac{\pi}{2}$ とした場合, 0~4 kT の範 囲の初期エネルギーをもってある面積範囲から放出され る電子数は, その面積範囲から放出される全電子数の91 %を占める。また $\phi = \frac{\pi}{3}$ の場合には68%となる。T=2500 K とすれば, 4 kT は0.88 [eV] である。従ってポイン ト陰極表面上の衝撃範囲を求めるためには, 種々のエネ ルギーおよび放出角度をもつ電子の軌道計算が必要であ る。r-z 面では, 電子は全てポイント陰極に衝撃している ので(図 2), 以下の計算では放出角 ϕ をr- θ 面上にとっ た。

4. 結 果

軌道計算によって、衝撃電子放出エネルギー E,放出角 ϕ および磁界を発生するループ・フィラメント加熱電流 I に対する電子衝撃位置を求めた(図6)。放出位置の角



Fig. 6 Bombarding electron trajectory in r- θ plane. Bombarding position θ and angle α on point cathode depend on the initial energy E and angle ϕ of the bombarding electron as well as the heating current I.

度を基準(θ =0)にして、ポイント陰極上の衝撃位置と 衝撃電子の入射角をそれぞれ角度 θ と α で表わす。

加熱電流 I=0(磁界の影響を無視)の場合に,種々の 初期エネルギーをもって放出した電子のポイント陰極 (0.2mm¢)上衝撃位置の計算結果を図7に示す。ルー



Fig. 7 Bombarding position θ as a function of E and ϕ in the case I=0.

ブ・フィラメント温度 T を2500K とすると, ループ・フ ィラメント上のある点から放出される衝撃電子の91%は $\theta: \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ の範囲を,又 $\phi = \frac{\pi}{3}$ の角度範囲に含まれ る68%の放出電子は $\theta: \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$ の範囲を衝撃して



Fig. 8 Bombarding position θ as a function of E, ϕ and I.

いることがわかる。

磁界の影響を考慮した場合の結果を図8に示す。比較 のためI=0の結果も示し、またE0.1~1[eV]の範囲 に斜線をつけた。衝撃電子は磁界 Bzによって偏向され、 衝撃位置は全体に負の角度方向にずれる。 $\phi=0$ で放出 した電子は、放出エネルギーEには無関係にポイント陰 極上のほぼ同一角度位置(θ_c)を衝撃する。又 $\phi \neq 0$ で放 出した電子の衝撃位置は θ_c を中心に拡がっており、その 様子はI=0の場合と同様である。

加熱電流 I=5 [A] の場合には, ポイント陰極に衝撃 しない電子があらわれる。ループ・フィラメント温度 T を2500K とすれば, 直径0.2mm のタングステン・ルー プ・フィラメントをこの温度に加熱するには4.3 [A] の 電流が必要である。従って直径0.2mm 以下のタングステ ン線を使用しなければならない。

図9に加熱電流 Iに対する衝撃の中心角度位置 θeを示

5.討論



Fig. 9 Center position θ_c and angle α of electron bombardment as a function of I.

す。 θ_{c} はループ・フィラメント上の一点(θ =0)から, ϕ =0の角度に放出した電子の衝撃位置であるので、衝 撃電子密度は θ_{c} で最大となる。ループ・フィラメント全 表面を考えれば、ポイント陰極は全円周にわたり等しく 電子衝撃されているが、電子衝撃加熱で重要となるのは、 θ_{c} における電子の入射角 α である。なぜなら、 α の増加 とともに高エネルギーの反射電子の発生量も増加して、 加熱効率が低下すると同時に、漏れ電子の原因となる2 次電子の発生量も増加するからである。図9には、 α の 計算値もあわせて示した。例えば、垂直入射(α =0,反 射電子放出係数0.5¹⁰¹¹¹)の場合に比べ、 $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (反射電 子放出係数0.6¹⁰¹¹¹)の場合には、加熱効率の低下が約20 %となる。 以上直径0.2mm のボイント陰極上の衝撃位置につい て述べたが、得られた結果から、さらに小さな先端部の 加熱について考えることができる。 $\theta_c \geq \alpha$ がほぼ等しい 値であることから明らかな様に、ボイント陰極付近の軌 道は $\theta = 0$ にとった r-z 面にほぼ平行に進むので、光軸 付近まで軌道を外挿することができる。I=5 [A]の場 合には(図8)、 $\theta = 0$ に衝撃する電子はほとんど存在し ないことから、Bas らによって指摘された衝撃電子密度 が著しく低い Dead Zone が、光軸のまわりに形成され る。従って、ポイント陰極先端部のようなさらに小さな 径をもつ部分の加熱には、ループ・フィラメント加熱電 流をさらに小さくする必要がある。直径0.1mm のタング ステン線は、電流1.53[A]で2500K の温度に加熱できる ので、これをループ・フィラメントに用いれば、先端部 を含めてポイント陰極を充分な効率で加熱できる。

ボイント陰極を衝撃することなく進んだ電子はr- θ 面 からはずれ,他の電極に入射して漏れ電子の原因となる 反射電子や2次電子を発生する。これまでの計算では近 似的にr- θ 面を電位の対称面とみなしてきたが,厳密に は z 方向の電界が存在するためである。このような電子 を減少するためにも、より高い効率で加熱することが望 まれる。

6. 結 論

軌道計算の結果,ポイント陰極上の衝撃位置が,ルー プ・フィラメント加熱電流,衝撃電子の放出エネルギー および角度分布に依存する様子を明らかにすることがで きた。ループ・フィラメント加熱電流によって発生した 磁界は,衝撃電子の軌道を偏向し,電子衝撃によるポイ ント陰極加熱効率を低下させる。ループ・フィラメント として,直径0.1mmのタングステン線を使用すれば,磁 界の影響は小さくなり,さらに小さな径をもつ先端部ま で含めてポイント陰極を充分な効率で加熱できる。

謝 辞

本研究を進めるにあたり,当初より多くの有益な御助 言をいただいた名古屋大学丸勢進教授,本報告をまとめ るにあたり,有益な討論と御示唆をいただいた下山宏博 士に深く感謝いたします。また本研究の遂行に対し絶え ざる激励を与えられた本学電子工学科吉田昭二教授に感 謝の意を表します。

参考文献

- Bloomer R N : The lives of electron microscope filaments, British J. Appl. Phys. VOL. 8 83-85 (1957)
- Bloomer R N : High-temperature properties of tungsten which influence filament temperatures, lives and thermionic-emission densities, Proc. Int. Elect. Engnrs. VOL. 104 pt. B 153-157 (1957)
- 3) Oshita A, Shimoyama H and Maruse S : Brightness of the hot cathode electron gun at high emission densities, J. Electron Microsc. VOL. 27 No.4 253-257 (1978)
- 4) Van der Mast K D : A Laser heated schottky emission gun for electron microscopy, Dissertation, Delft University of Technology, Holland (1975)
- 5) Möllenstedt G, Lichte H, Lau B und Uchikawa Y : Die Anwendung eines fokussierten Laserstrahls zur Heizung der Kathode eines Elektronenstrahl-Erzeugungssystems, Optik VOL. 51 No.4 417-421 (1978)
- 6) 飯吉 僚,竹松英夫,丸勢 進:電子衝撃加熱型電子銃,電気関係学会東海支部連合大会予稿集, 254 (1979),260 (1980),253 (1981)
- 7) 飯吉 僚,日置伸一,竹松英夫:電子衝撃加熱型電子銃の電位分布と衝撃電子軌道,愛知工業大学研究報告,No.14 7-14 (1979)
- 8) Bas E B und Gaug H : Theoretische Betrachtungen über die Elektronenoptik einer Ringstrahl-Elektronenkanone, Z. angew. Math. Physik VOL.18 557-574 (1967)
- 9) たとえば Spangenberg K R : Vacuum Tubes, p. 119 McGraw-Hill, New York (1948)
- Schiller S, Heisig U und Panzer S : Elektronenstrahl-technologie, p.32 Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft, Stuttgart (1977)
- Kollath R : Sekundärelektronen-Emission fester Körper bei Bestrahlung mit Elektronen, Handbuch der Physik VOL.21 p.264 ed. S.Flügge, Springer-Verlag, Berlin (1956)

(受理 昭和57年1月16日)