

非線形近似特性から考察する調波電流の発生

深 谷 義 勝

Generation of Harmonic and Subharmonic Current considered for Approximative characteristic of Nonlinear elements.

Yoshikastu FUKAYA

非線形素子の代表である E・D の電圧—電流特性をチェビシエフ多項式近似に対比してみることにより、高次調波の図形法考察が容易になる。この方法で調波電流の発生可能次数と、E・D 特性の関連性を検討した。なお、出力電圧波形、スペクトル観察等から、調波成分がバイアス設定点にどの様に關係するか、その非線形素子動作等について、報告する。

〔まえがき〕

一般に非線形特性を持つ素子は、正弦波交流電源に接されるならば、歪んだ交流電流が得られるので、フーリエ級数展開から解るように、高調波成分が含まれる点は、周知の事である。この報告は、E・D (エサキ・ダイオード) 素子の $i-v$ 特性が N 字形をなす点に注目して、高周波通倍に高能率化の可能性、あるいは高速度素子であるために通倍数の広域化を計ろうと考え、その他従来の高周波通倍法に比して有利な点の有無等、探求したものである。ここでは、N 字特性を正確に数式化する必要もないが、対比からチェビシエフ多項式近似法を使うとその類似の度合いが強くなり、図的判断を容易になし得る。この方法で可能な通倍を実験により確かめられた点を述べる。

本論〔I〕E・D 特性近似と周波数通倍

どのような非線形素子の $i-v$ 特性も次の多項式で表わせる。

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + \dots + a_n v^n \quad \dots\dots①$$

$v = V_0 \sin \omega t$ とすると、

$$i(t) = a_0 + C_n \sum_{n=1}^n \cos(n\omega t + \varphi_n) \quad \dots\dots②$$

従って、電流は多くの調波を含んでいる。E・D 素子について、一般の解析における近似は、

$$i = -a_1 v + a_3 v^3 \quad \dots\dots③$$

で行なわれる。

しかし、高調波発生に着目する場合は、①式で考えるべきである。簡易扱いのため、 $i=f(v)$ 関係から、第 1 種チェビシエフ近似多項式の直交関数系を導くようにして、対比させる、

ここで $v = V_0 \cos \omega_0 t$ ならば、位相角を考えないと、

$$f(V_0 \cos x) = I_0 \cos nx \quad \dots\dots④$$

ただし $\omega_0 t = x$

V_0, I_0 を単位の大きさとするとき、

$$I_n(v) = \cos(n \cos^{-1} v) \quad \dots\dots⑤$$

ただし、 $-1 \leq v \leq 1$

⑤式の一般展開式は

$$I_n(v) = 2^{n-1} \left[v^n - \frac{n}{1^2} v^{n-2} + \frac{n(n-3)}{2^2 \cdot 2^4} v^{n-4} - \frac{n(n-4)(n-5)}{3^2 \cdot 2^6} v^{n-6} + \dots \right] \quad \dots\dots⑥$$

(1) $I_2(v) = 2v^2 - 1$	ただし
(2) $I_3(v) = 4v^3 - 3v$	$-1 \leq v \leq 1$
(3) $I_4(v) = 8v^4 - 8v^2 + 1$	仮定連続
(4) $I_5(v) = 16v^5 - 20v^3 + 5v$	$n > 2$
(5) $I_6(v) = 32v^6 - 48v^4 + 18v^2 - 1$	
(6) $I_7(v) = 64v^7 - 112v^5 + 56v^3 - 7v$	
(7) $I_8(v) = 128v^8 - 256v^6 + 160v^4 - 32v^2 + 1$	

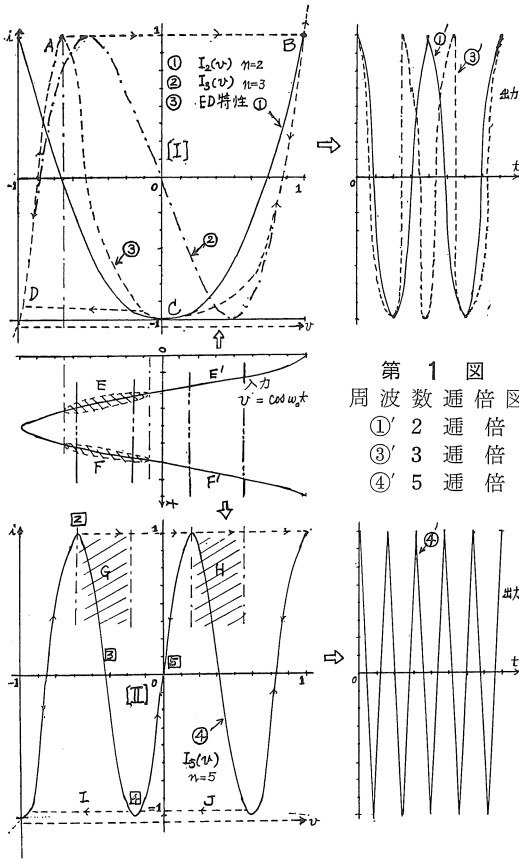
第 1 表 第一種チェビシエフ多項式

$I_n(v)$ の意味については、電流の周波数通倍の伝達関数 (T_n) を表わしている。すなわち、

$$T_n = 4v^3 - 3v = 4\cos^3 \omega_0 t - 3\cos \omega_0 t = \cos 3\omega_0 t \quad \dots\dots⑦$$

$n=3$ の場合、第三高調波の出力が得られる。この様に、周波数伝達関数の考えが持てる、

◎図形による周波数通倍



第 1 図
周 波 数 通 倍 図
①' 2 通 倍
③' 3 通 倍
④' 5 通 倍

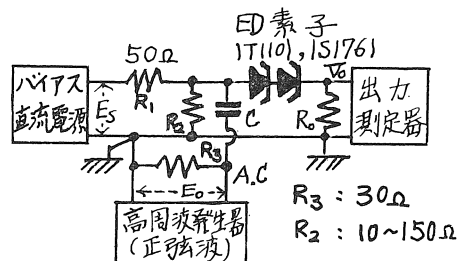
チェビシェフ多項式の $I_2(v)$, $I_3(v)$ を〔I〕の①, ②に, $I_5(v)$ を〔II〕の④に示した。E・D素子の $i-v$ 特性を〔I〕の③に併わせて, $I_3(v)$ と比較できるように示した。E・D対の特性は, $I_5(v)$ 曲線に近似的に合ったものになる。いま, 正弦波入力を動作点0に設定する場合, その出力を各点に対応させて波形を作図できる。非線形素子の $i-v$ 特性が $I_2(v)$, ①の特性を示すならば, 入力 $v = \cos \omega_0 t$ に対して, 出力は $i = \cos 2 \omega_0 t$, よって2通倍波形①'が得られる。単E・D特性は $I_3(v)$ と比べピーク点と谷点の値を異にし, かつその二点間が負性抵抗領域をなすこと, いいかえると不連続性が大きな相異である。動作上はAからBに, CからDに跳躍する。入力波のE, F領域で示され, 実験でも観察される。DAとCBはdouble hump特性の動作を可能にする。こうしたことから出力波③'は, 正弦波から程遠くなり複雑な歪波となることが解かる。 $I_3(v)$ 特性のものならば, 歪成分は余り表われない。図では動作点をE・D特性の谷点Cに設定するので, 3通倍出力であるが, ピーク点Aに設定すると, 2通倍出力が得られるが歪を伴うことは止むを得ない。尚入力電

圧がEとかF領域を変化する時間が, D→A→B→C→Dの1サイクル時間より短いか, 等しいことで3通倍となっている。もし長ければ, その間サイクル数が増してその部分での通倍は増すであろう。〔II〕の④; E・D対の場合は斜線部GとHの二つの負性抵抗領域を持つ特性となる。0点にバイアス設定されると, 出力は④'波形のように5通倍が可能である。E・Dの跳躍動作やサイクル時間の問題は前述と同様に考える。図示のように, 入力波の正側, 負側共その電圧変化で, それぞれ二回のジャンプ領域を通過しなければならない。従って0軸正側と負側において単E・Dの場合に比べ1サイクルずつ多く繰返すので, 結局5通倍出力となる。また, バイアス点の選び方により通倍数が変えられるが, E・D対では2~5通倍(図示②~⑤)と広く取り出せる利点がある。出力波形は単E・Dに比べ更に複雑化する。図上では, 特性全域に亘る入力電圧のスウィングを与えている時を考えている。いま入力電圧が小さくなるならば, 単E・C動作に近づくし, 通倍数も小さくなること明白である。

つぎに, E・D列を増加して3対回路にすると, 少なくとも2~7通倍の高調波電流を発生させることが可能である。こうしてn対回路にすれば, $2 \sim (2n+1)$ 通倍の出力を得ることができる。すなわちE・D列の増加により, 非常に広範囲の通倍出力を可能にするし, 一方入力波の電圧を上げる必要も出てくる。図的にみると, v の全域励振入力波とするならば, 横軸と特性曲線の交差数は, その特性で可能な最大通倍数を意味するものである。調波の発生周波数については, 発生回路にインダクタンスを用いることなく, 抵抗素子のみ使った簡単な回路でよいから, E・Dの動作周波数の最高近傍まで利用できるものと考えてよい。

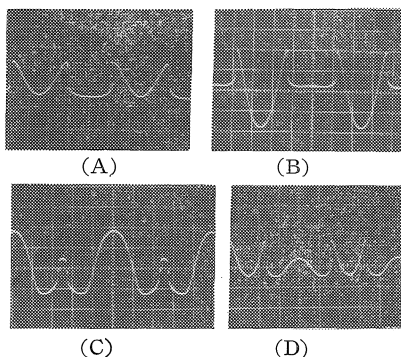
〔II〕実験と考察

実験回路(第2図)は, 安定化バイアス直流電源が第一に重要であり, それでE・Dのバイアス電圧を与え, さらに正弦波入力を重畳させてE・Dに供給する。結合用Cは, 周波数に応じて $10 \sim 0.05(\mu F)$ と変え, 抵抗 R_2 は $10 \sim 150(\Omega)$ で適当値を選んだ。

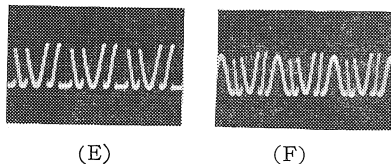


第2図 実験回路

(a) 出力波形観察—正弦波の入力周波数は低い値にして実験を行なう。(単—E・Dの場合, A・C周波数は1KHz, $V_{0p-p} = 0.1(V)$, $R_0 = 50(\Omega)$ に設定して, まずバイアス点を第1図A点すなわちピーク点において出力 V_0 波形は写真(1)(A), (B)に示した。(A)はA・C振巾が小さいため, 負の半波が潰れ, 正のジャンプでV字形となつた。(B)写真はA・Cが $E_0 = 0.2V$, (A)は0.1V, いずれも2通倍を示した。写真(C)は谷0.1V, いずれも2通倍を示した。写真(C)は谷点よりさらに深いバイアスを与えたとき(第1図③)のC—B領域)2通倍を表わした例である。E・D特性ピーク点にバイアスを与える場合は, A・C振巾で特性全域スウィングならば写真(B)の出力波形に近いが, その外ではA・C振巾により違った波形を表わすことになる。



写真(1) スケール (縦 50mV/div
横 0.2mS/div)
単E・D IT1101, A.C 1KHz, $R_0 = 50\Omega$
(A) A.C 0.10V, バイアス 0.044V (2通倍)
(B) " 0.20V, " 0.044V (")
(C) " 0.20V, " 0.450V (")
(D) " 0.20V, " 0.290V (3通倍)

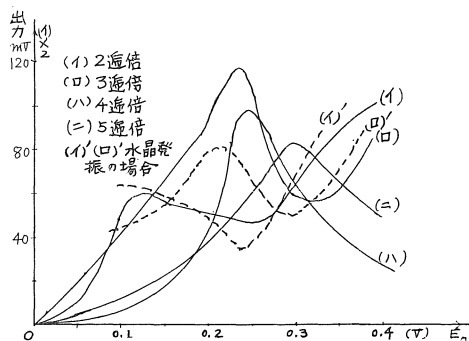


写真(2) スケール (縦 20mV/div
横 5μS/div)
E・D対 IS1761×2 A.C 100KHz, $R_0 = 10\Omega$
(E) A.C 0.280V バイアス 0.40V (4通倍)
(F) " 0.383V " 0.62V (5通倍)

写真(1)の(D)は, 第1図③のC点(谷点)にバイアスを与えた場合に相当するもので③'波形と類似波形が観察される。3通倍出力になっていることが確かめられる。

E・D対による通倍の実験の場合は, A・Cを100KHz, $R_0 = 10(\Omega)$, $E_0 = 0.38V$, とおき, バイアスは第1図〔II〕一⑤に設定した。この出力波形は写真(2)の(F)

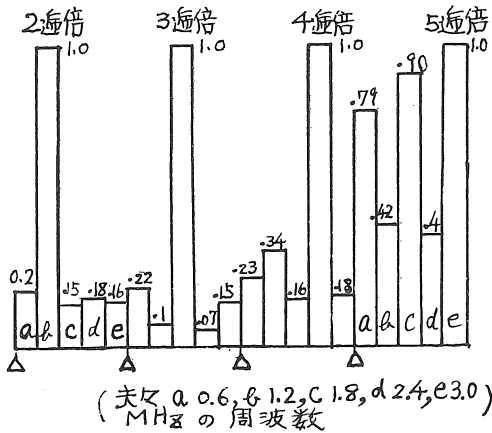
に示す。第1図〔II〕の④'のような5通倍波形にならず, 複雑波形がみられる。その理由は, 〔II〕のG, Hのジャンプ領域が二つあるし, 谷点のそれも二つ存在するからである。第1図で考察した如く, 入力波形E, E'とF, F'の不安定領域に加えて, I, J領域に対応する領域があることは, 図形上から表示できない。写真(F)はバイアスを第1図〔II〕一⑤に与えた出力波形で, 4通倍を示している。4~5通倍出力平均値は12.2(mV)となり, 単EDの場合に比べて大きくは出来なかった。E・D対を用いると, バイアス0.21(V)で2通倍, 0.39(V)で3通倍も得られた。よって実験で2~5通倍が得られた。なお直列抵抗 (R_0)は5~18(Ω)範囲が動作可能で, 出力を大きくするには15(Ω)が適当であった。



第3図 A.C 入力電圧対調波出力

各調波成分の出力電圧はA・C電圧によって変わる。この特性は第3図にA・C入力電圧対調波出力図で示される。2通倍(イ)の場合は平坦的傾向〔0.1~0.25(V)〕を持っているが, むしろ0.3(V)以上で出力は大きくなる。ピーク値では通倍率1.35, 低いところで0.75を示す。3~5通倍の特性では何れも山形をなしている。従つて頂点が能率最大となる。3通倍で能率0.62, 4通倍で0.48, 5通倍で0.33となり, 有効通倍数を増すと通倍能率は低下する。一般傾向であるが, E・D通倍の方が能率は遙かに良い値を持っている。またE・Dのスイッチング動作が極端に表われて, これが波形に影響を与えるとか, 能率悪くするならば, 第2図回路の R_2 の値を可能な限り小さくすることにより, より安定動作にすることができると言える。

(b) スペクトラム—A・C入力周波数を, 600(KHz)に設定し, 基準電圧におき, 各通倍の調波成分をフィルタで取出し比較して第4図を作成した。各通倍のA・C電圧 E_0 は, 2通倍 = 0.115(V), 3通倍 = 0.202(V), 4通倍 = 0.260(V), 5通倍 = 0.380(V)としたので, 第3図の山点と一致していない。出力波形の写真からは, 調波成分を知ることは不能である。こうした実験からのスペクトラムは明らかに通倍成分が主体をなし

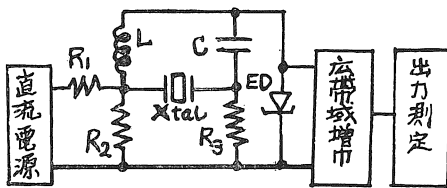


第4図 スペクトラム

ていることが解かる。出力が小さいため、負荷効果を減少するために高インピーダンス法を採らなければならない。通倍率を(a)で示したように、2~4通倍では主調波以外の成分は非常に小さい関係から、能率が良いことが言える。5通倍の場合になると、奇数次高調波成分が非常に多く得られる点は問題となる。しかし全能率面からみれば、良いものである。すなわち、C級増巾方式による通倍法に比べるとよい能率ということになる。5通倍は偶数次調波は衰退している点は、第1図(Ⅱ)の特性から軸対称であるので、当然のことであろう。各調波成分は、A・C入力電圧によって変わるから、第3図の特性を参照して値を決めることが望まれる。

この様なE・D対使用した通倍を、実験では、30(MHz)まで確めた。なお、回路を留意して、製作することにより、E・Dの高速性限界の辺まで、すなわち先述の値の20倍以上も可能であろうと推測している。またE・D列を増して、高通倍の可能性を意味するものである。

(c) E・D水晶制御発振と調波および副(分周)調波の発生、——水晶振動子は、一般に主共振以外に副共振があることが知られている。輪郭すべり振動では、第二高調波を発生でき利用されていることから、E・D水晶



$R_1 : 200 \Omega, R_2 = R_3 = 10 \Omega$
 $L : 2.58 \mu H, C = 60 PF$
 $ED : 1S1761 X : 7 MHz$

第5図 ED水晶発振回路

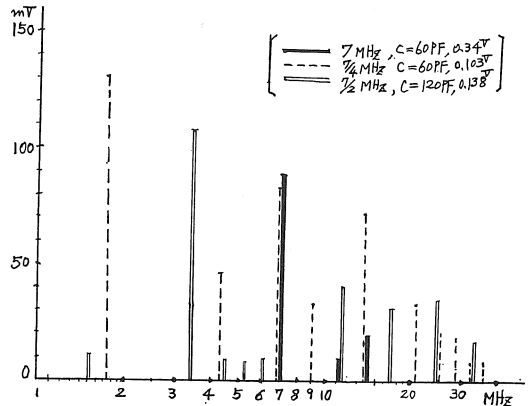
発振器を調べてみた。第5図の回路において、発振条件を求めると、水晶の直列共振状態をなす場合に

$$\left. \begin{aligned} CR(2-2r_s g - Rg) - Lg < 0 \\ 1 - (R+r_s)g > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots ⑧$$

ただし、 $R=R_2=R_3$, $r_s : E \cdot D$ の直列抵抗分,
 g :コンダクタンス,

$$\text{発振周波数: } \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

回路定数は第5図に示したが、水晶固有周波数から離れると、単に静電容量として動作するので、水晶に同期させるためCを可変とした。バイアス0.342(V)において、7(MHz)の発振が可能であり、第6図の如く、調波成分がある。この場合は擬似正弦波形を示す。バイアスの値によって $3/2$ および $3/4$ 分周波が得られる。波形観測によると、これはE・D弛張発振波形を示していた。従ってこの場合は、単なるLC発振回路になっていたと考えられる。E・DのLC弛張発振は、バイアスによりその周波数が割合広く変わるからと言って、連続的でなく分数調波出力になる点は、説明がつけられない点である。第6図のスペクトラムも複雑な模様を示し



第6図 分周調波スペクトラム

た。次に高調波出力の場合は(a),(b)で述べたように、E・Dに直列抵抗15(Ω)を接続して出力電圧を取出した。定数は $L=0.566(\mu H)$, $R_2=R_3=25(\Omega)$, $C=30\sim 830(pF)$ とおいた。そして2通倍と3通倍の出力が、バイアスによって変わる状態を、第3図に破線で示したが、前述E・D対通倍と殆ど同傾向である。結局、水晶発振方法でも、バイアスによって、周波数、出力電圧、波形が左右されていることを明確にできた。E・D水晶発振器通倍では通倍数を3以上に上げることは困難であろう。一方周波数の安定化の点では、(a),(b)の場合に比べ数倍向上でき、経時変化については、電源投入後15分経過すれば極めて安定な出力が得られる

点が明らかになった。

〔むすび〕

N字特性をもつ非線形素子(ここではE・D)は、チェビシェフ多項式近似図形から調波成分を見付けるのに有効である。E・D素子は、通倍数がバイアス点で決まることは、水晶制御発振法でも同じことである。この通倍法は、E・D列を増せば倍数が大きくなり、広範囲の通倍が可能である。また回路形式は簡単であるが、出力が小さいので、高入カインピーダンス広帯域増巾器を必要とし、温度の影響を受け易い欠点がある。水晶発振法は温度による周波数変化は少なく、安定性がある点以外はこの目的の使用では良い結果とは言えない。通倍率率については、E・D列を用いる方式は、他の方式に比べて優れた点が多い。なお分周波数の発生について、第1表(1)式と同形式で、次のように理論上扱われる。

$$v = 2i^2 - 1 \quad \therefore i = \sqrt{\frac{1+v}{2}} = \cos \frac{\omega}{2} t \quad \cdots \cdots \textcircled{9}$$

$$\text{さらに } i = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{1}{2} (1+v)} \right)} = \cos \frac{\omega}{4} t \quad \cdots \cdots \textcircled{10}$$

こうした関係があれば、分周が可能である。

だが、未だ非線形抵抗素子のみから得られる分周は、有効な結果が得られない。この点は今後の問題である。一方、回路に非線形容量やインダクタンスを接ぐことにより、分周現象を生ずることは報告がある。すなわち、バラクタとか、ショットキ・バリヤ・ダイオード、ステツプリカバリ・ダイオード、鉄共振現象、ブロッキング発振等について、多くの研究発表がみられる。おわりに非線形分周とデジタル分周の複合分周法を今後の課題として結びとする。

〈参考文献〉

1. 尾崎弘, 荻原宏, 電気数学Ⅲ, P.194 オーム社
2. 早田保実, 電子部品総論, P.273~295 森北出版(株)
3. Leon O Chua, Introduction to Nonlinear network Theory, P.25~28, 1969 McG—H.B.C
4. F.S Barnes and G.F Eiber, An Ideal Harmonic Generator, P.693~695, 1965, july, Proc. I.E.E.E
5. Manley J.M & H.E Rowe Soms general properties of Nonlinear elements I, P 904~913, 1956, july, Proc. I R E, vol 44
6. Michael R.A. Erdey, Nonlinear Resistor that Generate Subharmonics, P.1174~1175, 1970, july, Proc. I.E.E.E