愛知工業大学研究報告
第36号Ａ　　平成13年

ＷＩＭの構築アルゴリズムにおける発育学的検証

－　第３報　logistic関数との比較論議　－

A Verification of Constructive Algorithm of Wavelet Interpolation Method in Growth Study

-　Comparison with logistic function in biological meaning -

藤　井　勝　紀
Katsunori　Fujii

ABSTRACT　It has been mathematically verified that the WIM (Wavelet Interpolation Method) is superior to logistic function F(x) in regard to describing the given data. However, the WIM has not been compared with logistic function in meaning of growth and development study. This paper is tried to verify the constructive algorithm of the WIM by comparison between wavelet and logistic function in biological meaning. The algorithm of logistic function is mathematically explained and applied to the longitudinal growth data from 6 to 17 in height of one boys. The first derivative curve derived by logistic function and wavelet interpolations which were applied to the growth data are compared between the both fitting methods. The advantages of the WIM are derived from the discussion in regard to the comparison.

緒　言

ウェーブレット補間法を発育・発達学に導入し、発育現象解明へのアプローチはすでに藤井[1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8)]によって成され、いくつかの新知見が報告されている。藤井のこれまでの報告[9) 10)]で、フーリエ補間との比較論議、ラグランジュ補間との比較論議によりウェーブレット補間法の有効性は示されてきた。その報告の中でlogistic関数、spline 関数については数学的にウェーブレット 補間法が優れていることが明白であるために、比較論議には加えていなかった。しかしながら、特にlogistic関数については古い歴史があり、数学的に有効性が低くても発育・発達学的には十分な意味を備えている。生物の増殖過程における記述等はlogistic関数を適用している経緯もある。したがって、今回はこのようなlogistic関数の持つ意味を十分考慮に入れ、生物学的意味においてウェーブレット補間法とlogistic関数との比較論議を展開し、ウェーブレット補間法の有効性を発育・発達学的に検証するものである。

愛知工業大学基礎教育センター
総合教育教室健康科学

１、ロジスティック関数

Scammon[11)]は身体の諸属性を大きく４つのパターン（神経型、リンパ型、生殖型、一般型）に分類してその発育曲線を提唱している。Scammon[11)] の一般型の発育曲線モデルパターンは、乳幼児期に急激に発育し、その後定常状態をとり、再び思春期に急増するＳ字状の曲線を示している。このような一般型がＳ字状の曲線を描くという論理的背景からロジスティック関数が適用されるようになった。一般的なロジスティック関数は以下の式で表される。

$$F(t) = \frac{k}{1+e^{a(t-b)}} + l$$

a:Ｓ字曲線の拡がり　　b:変局点　　k:終末身長と下限設定値の差
l:下限設定値　　t:年齢

一般的ロジスティック関数はａの値によって当てはまりの具合が変化するので、必然的に当てはまりをよくするには人為的に決定した上限、下限に対してａの値をそれぞれの場合について導出しなければならない。そのために非常な労力が費やされることは否めない。また、発育曲線がＳ字状の曲線を描くというのはあくまで標準タイプであり、その全てがＳ字状の曲線を描くということではない。仮に発育曲線がＳ字状の曲線であっても、ロジスティック関数を当てはめた場合には実測値とは離れた点を通ることから関数に対する有効性、精度については疑問が投げかけられることになる。まして発育曲線がＳ字状でない場合はおさらである。いずれにせよ、ロジスティック関数は生物の増殖プロセスの記述には有効であることは示されて来た。そのような意味からもウェーブレット補間との比較論議は必要であろう。

２、ロジスティック関数の導出

前項で示したが、一般的ロジスティック関数の式は次の式(2-1)で表される。

$$F(t)=\frac{k}{1+e^{a(t-b)}}+l$$

（２－１）

実際のデータに当てはめ、常数 a,b,k,l を決定するにはF(t)= yとして、式(2-1)の両辺の対数を取って式(2-2)のように変形する。

（２－２）

$$log\frac{(l+k)-y}{y-l}=a(t-b)$$

ここで左辺はｙが変数でありk,lは個人にとっては、又は集団にとっては定数である事から左辺をＳと置く。右辺は ａｔ－ａｂとなることから、以下の式が導かれる。

（２－３）　$S=at-ab$

（２－３）式に示されるように、ａとｂをSi,ｔiのデータを与えて最小二乗法により決定することが出来る。

次にロジスティック関数の一次導関数であるがロジスティック関数の一般式を微分するために（２－１）式の－ａｂをｂとして、変形すると式は次の（２－４）のように表される。

$$y=\frac{k}{1+e^{at+b}}+l$$

（２－４）

さらに、この式を変形すると次の式（２－５）のようになり、

$$y=l(1+e^{at+b})^{-1}+k$$

（２－５）

式（２－５）を微分することによって求められる式は次の（２－６）のようになる。

$$y=-al\frac{e^{at+b}}{(1+e^{at+b})^2}$$

（２－６）

式（２－６）に一般式で求めた係数値を代入し、ロジスティック関数の一次導関数を算出する。以上がロジスティック関数の導出方法である。

３、ロジスティック関数による成長曲線の記述

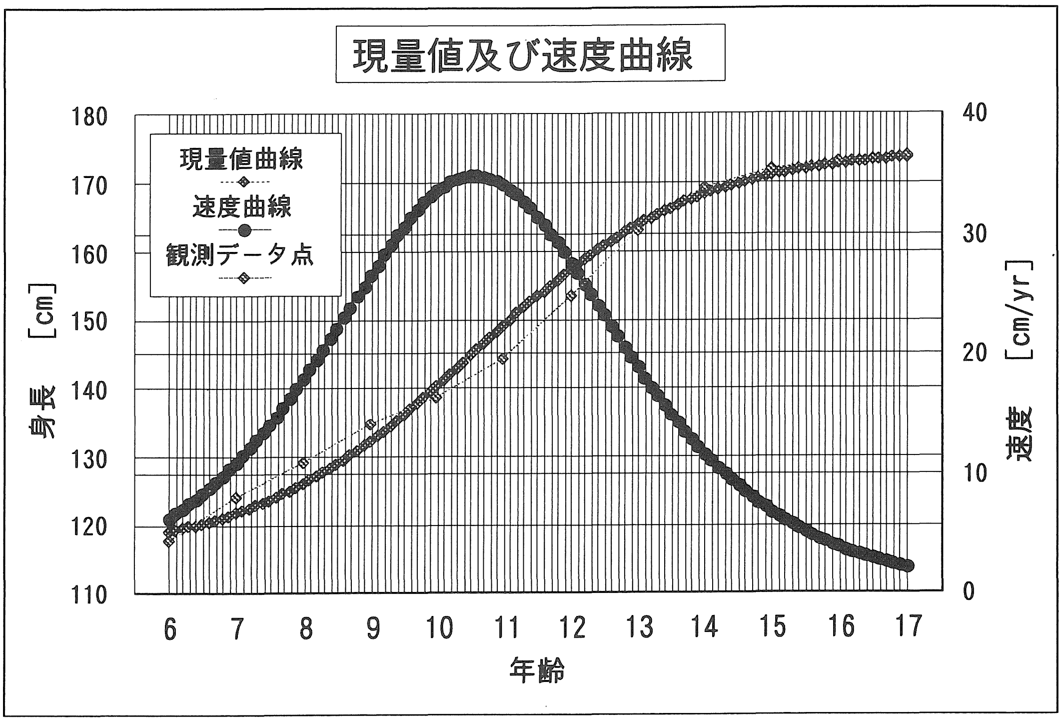
以下に示された身長の観測データに対してウェーブレット補間とロジスティック関数を当てはめた。(1-1)と(1-2)式は当てはめられたロジスティック関数式の元の関数と一次導関数である。そして、この式から導かれたグラフがFig 1であり、 ウェーブレット補間によって導かれたグラフがFig 2である。

男子身長のsampleデータ

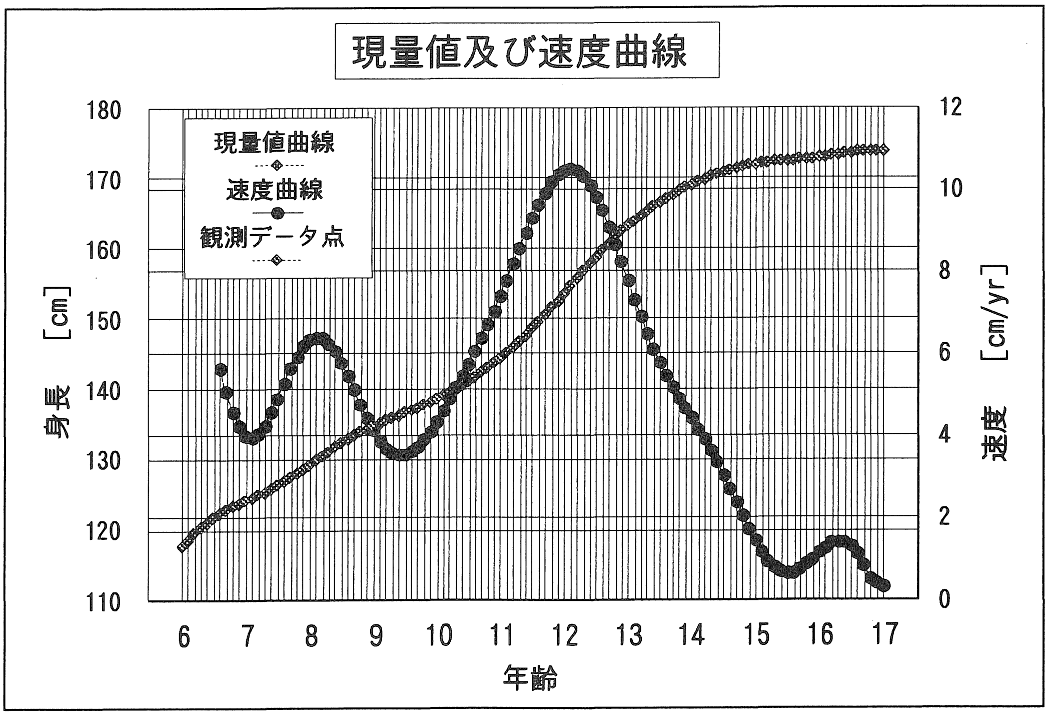
年齢	現量値
6	117.8cm
7	124.2cm
8	129.2cm
9	134.8cm
10	138.6cm
11	144.4cm
12	153.6cm
13	163.2cm
14	169.1cm
15	172.1cm
16	173。0cm
17	174。0cm

（１－１）

$$F(t)=\frac{59.5}{1+e^{-0.599(t-10.559)}}+115.5$$



Ｆｉｇ１ logistic関数によって当てはめられた男子身長の一例



Ｆｉｇ 2 Wavelet補間法によって記述された男子身長の一例

(1-2)

$$f(t)=0.599\times 59.5\frac{e^{-0.599(t-10.559)}}{\left(1+e^{-0.599(t-10.559)}\right)^{2}}$$

グラフから明らかなように、ロジスティック関数による発育現量値への当てはめは、観測データ点を通過していないが、ウェーブレット補間は観測データ点を通過するように構成されているため、精度の議論からすれば当然ウェーブレット補間の方が優れているといえる。そして、速度曲線としての両者の微分曲線を比較すると、ロジスティック関数の対象的な山形の曲線に対して、ウェーブレット補間では思春期ピーク以外の二次的ピークの事象まで検出している。このようなことから、ウェーブレット補間は生物学的意味において、ロジスティック関数よりも優れていると考えられる。

4、ロジスティック関数とウェーブレット補間との比較論議

ロジスティック関数との比較では、明らかに発育現量値の記述においてはウェーブレット補間の精度が高いことは示されたわけであるが、この議論の要点は当てはめられた関数値の観測データ点に対する誤差の大小によって判断されることで、その意味からすれば、観測データ点をすべて通過できるように構成されたウェーブレット補間の方が当然有効であると言える。したがって、ロジスティック系の関数(ダブル ロジスティック、トリプルロジスティック、Preece and Baines[12] モデルの複合ロジスティック関数)についても、少なくとも観測データ点をすべて通過していないことを考えれば、ロジスティック関数の比較の場合と同様の判断ができるのではないだろうか。しかし一方で、必ずしも観測データ点を通過する必要はないのではないかという考え方もある。確かに、観測値には常に観測の誤差が含まれるものである事を考えれば、観測データ点を通らないことがむしろ潜在的な真の発育曲線を見いだそうとするのには当然の事であろう。したがって、当てはめの誤差を検討するには、当てはめに用いた観測データがいかに高い精度で記述されているかを検討する以外に方法はない。すなわち、現象を忠実に再現する事を通して真の発育曲線に接近しようとする論理をとるより方法がないであろう。このような誤差の議論が観測データ点を必ず通過することを要求したものと考えられる。いずれにせよ、観測データ点を通過することが、第一次微分である速度曲線を忠実に描くことに反映されるものと言えよう。

参 考 文 献

1)藤井勝紀・ 川浪憲一・ 長谷川泰洋・山本浩 : Wavelet 解析による身長発育の時系列分析, 発育発達研究, 22 : 21-28, 1994.

2)藤井勝紀・山本浩 : 身長の成熟別発育速度曲線の解析, 体力科学, 44(3) : 431-438, 1995.

3)藤井勝紀, 山本浩 : Wavelet Interpolation Method による男子体重発育におけるＰＨＶの検討, 発育発達研究, 23 : 27-34, 1995.

4)藤井勝紀, 川浪憲一 : Wavelet 補間法による男子胸囲の発育曲線から導き出される速度曲線およびＰＣＶ年齢の検討, 学校保健研究, 37 : 450-459, 1995.

5)Fujii, K. and Yamamoto, Y.: Wavelet Interpolation Method for time series analysis in the growth and development study. Nagoya Journal of Health, Physical Fitness and Sports, 18 : 13-17, 1995.

6)Fujii, K. A comparative interpolation method of WIM and a cubic spline function to longitudinal height data during adolescent in boys, Nagoya Journal of Health, Physical Fitness and Sports, 19 : 9-17, 1996.

7)Fujii, K. and Kawanami, K. : An analysis in regard to relationship between age at MPV of height, and its sex difference, Japanese Journal of School Health, 40 : 317-331, 1998.

8)Fujii, K. and Matsuura, Y. : Analysis of the velocity curve for height by the Wavelet Interpolation Method in children classified by maturity rate, American Journal of Human Biology, 11 : 13-30, 1999.

9)藤井勝紀、川浪憲一 : ＷＩＭの構築アルゴリズムにおける発育学的検証 - 生物学的意味におけるフーリエ補間との比較論議 - 、愛知工業大学研究報告" No.33 : 89-95, 1998.

10)藤井勝紀 : ＷＩＭの構築アルゴリズムにおける発育学的検証 - 生物学的意味におけるラグランジュ補間との比較論議 - 、愛知工業大学研究報告 No.34 : 113-120, 1999.

11)Scammon, R. E. : The first seriatim study of human growth, American Journal of Physical Anthropology, 10 : 329-336, 1927.

12)Preece, M. A. and Baines, M. J.: A new family of mathematical models describing the human growth curve, Annals of Human Biology, 5, 1-24, 1978.

(受理 平成13年３月19日)