

堤体内浸透流に対する Casagrande, A. の方法の適用性

An applicability of A. Casagrande's solution for the seepage flow through fill dams

日高和彦[†], 木村勝行^{††}, 奥村哲夫^{††}

Kazuhiko HIDAKA, Katsuyuki KIMURA, Tetsuo OKUMURA

Abstract We clarified the applicability of A. Casagrande's solution for the seepage flow through fill dams by several model experiments and FEM analysis, and also tried to examine how to increase the estimation accuracy of the quantity of the seepage flow and the seepage point, calculated from the solution. The analysis results showed the following three main findings: 1) For the calculation of the quantity of the seepage flow, the solution could be applicable over a α range of 45° to 165° . And for that of the seepage point, it could be applicable over a α range of 45° to 180° . 2) To improve the estimation accuracy of the solution, it tried to examine the determination of the intersection point of the basic parabola line and reservoir water level. The several simulated results showed that it was not out of order to change the conventional value. 3) Also, for the ratio c that defined by Casagrande, it could be applicable over a α range of 45° to 180° . However, for $\alpha=30^\circ$, it could be necessary to examine the applicability of the solution further.

1. はじめに

フィルダムや河川堤防では、貯水池や河川から堤体内を通して浸透が起こる(図1)。その浸透の浸出点が下流側の法面に現れると浸透破壊が生じる可能性があるため、浸出点を知ることは浸透破壊に対する安全性の検討のために必要である。また、フィルダムにおいては浸透する流量を合理的に見積もることは貯水池を計画するにあたってとても重要である¹⁾。

浸透流量と浸出面長を求める方法としては、図式解法、模型実験による方法、数値解析による方法、提案式による方法が挙げられる。図式解法とは流線網を描いて求める方法であり、熟練すれば簡単な試行によりある程度の精度を得ることができるためにしばしば用いられている。模型実験による方法は図式解法によるのが困難な場合に用いられるが、時間や労力を要する。数値解析による方法には差分法や有限要素法(Finite Element Method)が用いられてきたが、最近では有限要素法により解析される例が多く、プログラムを開発すれば低コストで短時間に解析を行うことが可能である。提案式による方法には Dupuit(1863)の方法²⁾、Shaffernak-Iterson(1916)の方法³⁾、Kozeny(1931)の方法³⁾、Casagrande, L. (1932)の方法³⁾、

Casagrande, A. (1937)の方法⁴⁾などの種々の提案式が使われてきた。これらの提案式は簡便で、特に Casagrande, A. の方法は実用的であるとされており、農林水産省の土地改良事業計画設計基準の設計・ダムにもこの方法が採用されているが⁵⁾、この方法の適用性についての研究はあまり行われてきていない。また、これまでに行われた研究についても Casagrande, A. の方法は基礎地盤から浸出面までの角度 α が 30° ~ 180° までの堤体に使えるのだが、これまでの研究では 90° 以下しか明らかにされておらず、それ以降の適用性は明らかとなっていない⁶⁾。また、 90° 以下の適用性についても条件によっては精度が高くないことが明らかとなった。

そこで本研究では、 $\alpha=30^\circ$ ~ 180° の堤体の浸透流量や浸出面長の適用性を明らかにし、精度を高めるための方法として浸出面長を求めるときに用いる係数 c を実験および FEM 解析の結果から求め、検討を行う。また、従来からの係数 c を使うための方法として、基本放物線の P

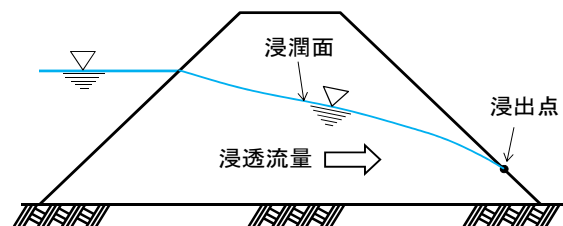


図1 堤体の模式図

† 愛知工業大学大学院 建設システム工学専攻 (豊田市)

†† 愛知工業大学 工学部 都市環境学科 (豊田市)

点の修正を FEM 解析と実験結果から求めて検討を行い、その結果がフィルダムや河川堤防を建設する際の基礎資料となることを目的とする。

2. 研究方法

2・1 Casagrande, A. の方法⁴⁾

基本放物線は図 2、3 で表記されている記号を用いて次式で求める。

$$x = \frac{y^2 - y_0^2}{2y_0} \quad (2.1)$$

ただし、

$$y_0 = \sqrt{H^2 + d^2} - d \quad (2.2)$$

である。基本放物線と浸出面の交点を $a + \Delta a$ とする。

$$a + \Delta a = \frac{y_0}{1 - \cos \alpha} \quad (2.3)$$

さらに、実際の浸出点は $a + \Delta a$ から Δa だけ下降した点に位置することから Δa を次式の係数 c から求める。

$$c = \frac{\Delta a}{a + \Delta a} \quad (2.4)$$

単位幅当りの浸透流量 q は透水係数を k として次式により求める。

$$q = ky_0 \quad (2.5)$$

2・2 実験

浸透流実験を行うにあたり、図 5 に示したように堤体の上流水深を自由に調整することのできる実験装置を作製した。

浸潤面形を測定するため、装置の前面には透明なアクリル板を使用した。堤体はガラス玉(2.00mm~2.80mm)を用いて作製し、潤滑油を用いて実験を行った。ガラス玉と潤滑油を用いたのは、土粒子と水を用いて実験を行うと自由表面で表面張力が働いて、過度の毛管上昇が起こり、実際との対比がつかないおそれがあることと透水時の層流状態を保つためである⁷⁾。

実験を行った堤体の寸法は、堤体の底面長 $L=80\text{cm}$ ($\alpha=90^\circ$ の場合は $L=70\text{cm}$)で堤体の幅は $b=10\text{cm}$ である。基礎地盤から浸出面までの角度 α 、堤体の上下流法面の傾斜角 β 、上流水深 H の数値は表 1 に示したとおりである。表に示したように $\alpha \leq 90^\circ$ の場合は $\alpha = \beta$ 、 $90^\circ < \alpha$ の場合は $\beta = 30^\circ$ として実験を行った。

2・3 FEM 解析

解析の対象とする堤体の形状は、実験の堤体と同じ底面長 $L=80\text{cm}$ ($\alpha=90^\circ$ の場合は $L=70\text{cm}$)、幅 $b=10\text{cm}$ である。基礎地盤から浸出面までの角度 α 、堤体の上下流法面の

傾斜角 β 、上流水深 H の数値は表 2 に示したとおりである。表に示したように $\alpha \leq 90^\circ$ の場合は $\alpha = \beta$ 、 $90^\circ < \alpha$ の場合は $\beta = 30^\circ$ として計算を行った。

解析領域内は全て三角形要素で組み立て、節点数は 5371~7701、要素数は 5200~7500 で計算を行った(図 6)。

3. 結果及び考察

3・1 浸潤面形

基礎地盤から浸出面までの角度 $\alpha=30^\circ$ 、上流水深 $H=12, 20\text{cm}$ における FEM 解析と実験から得られた浸潤面と Casagrande の方法を用いて求めた浸潤面を図 7 に示す。左図は浸潤面全体を示したもので、図を見る

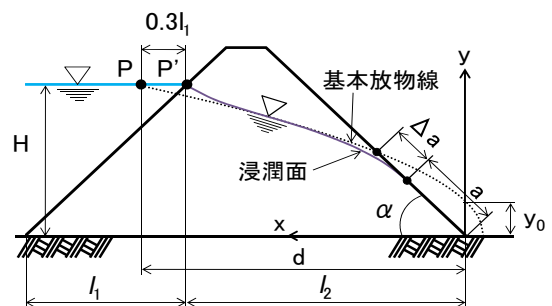


図 2 Casagrande, A. の方法(ドレーン無)

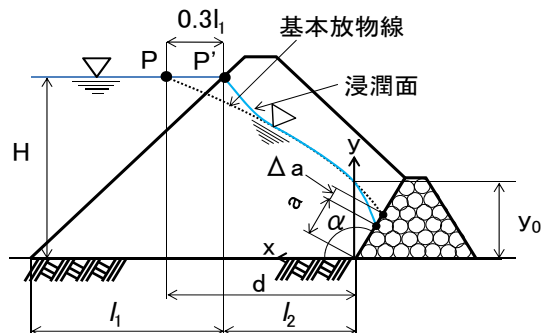


図 3 Casagrande, A. の方法(ドレーン有)

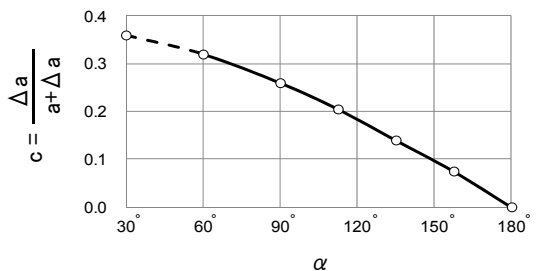


図 4 Casagrande, A. の方法の係数 c

堤体内浸透流に対する Casagrande, A の方法の適用性

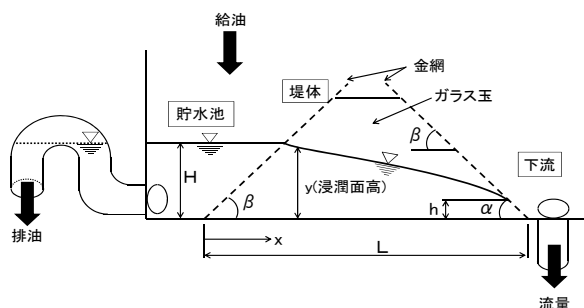


図 5 実験装置

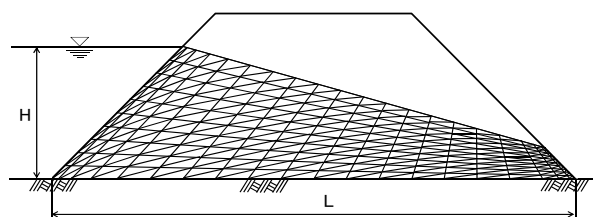


図 6 解析領域内の要素分割

表 1 堤体寸法と実験条件

浸出面から基礎地盤までの角度 α ($^{\circ}$)	30	60	90	120	150	180
堤体の上下流法面の傾斜角 β ($^{\circ}$)	30	60	90	30		
堤体の底面長 L (cm)	80		70	80		
堤体の幅 b (cm)	10					
上流水深 H (cm)	10、12、16、20	8.75、10.5、14、17.5		10、12、16、20		

表 2 堤体寸法と計算条件

浸出面から基礎地盤までの角度 α ($^{\circ}$)	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
堤体の上下流法面の傾斜角 β ($^{\circ}$)	30	45	60	75	90	30					
堤体の底面長 L (cm)	80				70	80					
堤体の幅 b (cm)	10										
上流水深 H (cm)	10、12、16、20	8.75、10.5、14、17.5			10、12、16、20						
節点数	5371~7701										
要素数	5200~7500										

と、それぞれの方法で得られた浸潤面が $H=12, 20\text{cm}$ のいずれにおいてもほぼ一致していることが分かる。しかし、右図の浸出点付近の浸潤面を見てみると、浸潤面が浸出点に近くなるにつれてそれぞれの浸潤面に差が出てくるのが分かる。また、その差も $H=12\text{cm}$ の時より $H=20\text{cm}$ の方が大きくなることが分かった。以上のことから Casagrande の方法で描く浸潤面は浸出点の位置さえ正確に求めることができれば実験結果とほぼ一致するような浸潤面を描けることが分かった。

3・2 浸透流量

FEM と実験で得られた浸透流量と Casagrande の方法で求めた浸透流量(左)と浸透流量の適用性(右)を図 8, 9 に示す。右の図の q_c は Casagrande の浸透流量、 q は実験と FEM の平均値(実験を行っていない条件については FEM の値)である。本研究では $\pm 10\%$ までを適用性があるとして検討を行った。また、 $\alpha=90^{\circ}$ に関しては理論解²⁾があるためその値も図に示した。

図 8 は堤体の底面長 L /上流水深 $H=4, 8$ の結果で、左の図が q/kH と α の関係、右の図が $(q_c-q)/q$ と α の関係

を示している。また、 $30^{\circ} < \alpha \leq 90^{\circ}$ と $90^{\circ} < \alpha \leq 180^{\circ}$ の範囲では堤体の形状が異なるため破線で区別してある。 $L/H=4$ の図を見ると、 $30^{\circ} < \alpha \leq 90^{\circ}$ の範囲は α の値が小さいほど FEM や実験の値と Casagrande の方法の値に差がみられるが α の値が大きくなるにつれて差が小さくなることが分かった。 $90^{\circ} < \alpha \leq 180^{\circ}$ の範囲では、FEM と Casagrande の浸透流量は α が変わってもほぼ変わらない値となったが、実験で得られた浸透流量は α が大きくなるにつれて浸透流量が大きくなる結果となった。また、FEM と Casagrande の方法の値には差がみられるが、その差は α の値が大きくなっても変わらないことが分かった。実験と Casagrande の方法については α が大きくなるにつれて差が大きくなる結果となった。適用性については、 $\alpha=30^{\circ}, 180^{\circ}$ 以外は全て $\pm 10\%$ 適用範囲に収まることが分かった。 $L/H=8$ の場合は FEM や実験の値と Casagrande の方法の値がほぼ一致する結果となり、適用性についても全て $\pm 10\%$ の適用範囲に収まることが分かった。また、 $L/H=4, 8$ のどちらも理論解とほぼ一致することが分かった。

図 9 は基礎地盤から浸出面までの角度 $\alpha=30^{\circ}, 90^{\circ}, 120^{\circ}$,

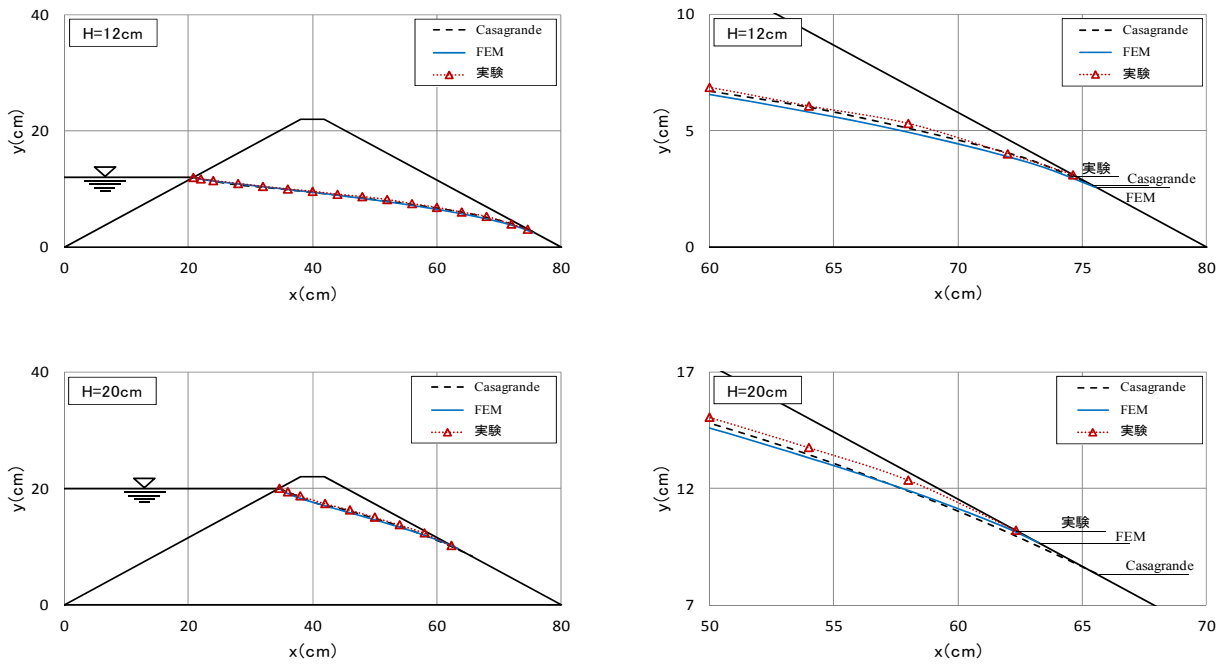


図 7 浸潤面全体(左)と浸出点付近の浸潤面(右)

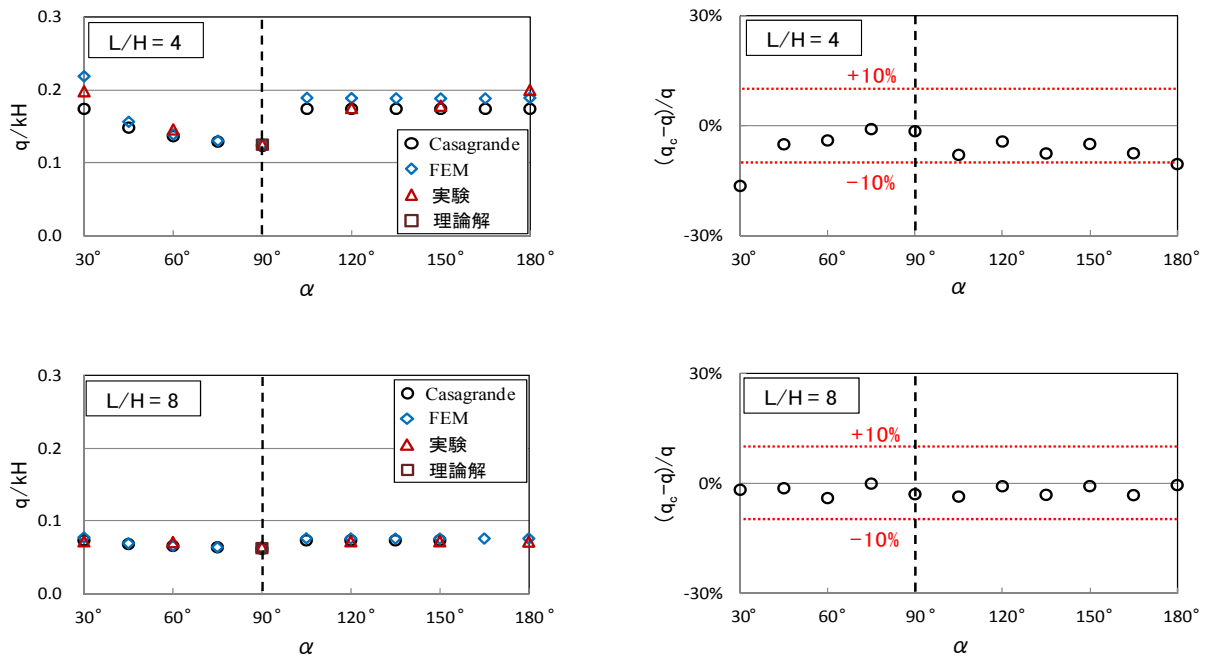


図 8 浸透流量(左)と適用性(右)

180°の結果で、左の図が q/kH と L/H の関係、右の図が $(q_c - q)/q$ と L/H の関係を示している。図を見ると、 $\alpha=30^\circ$ の場合は L/H の値が小さいほど FEM や実験の値と Casagrande の方法の値に差がみられるが、 L/H の値が大きくなるにつれてその差が小さくなることが分かった。適用性についても L/H の値が小さい時は $\pm 10\%$ の適用範囲に収まらないが、値が大きくなるにつれて適用範囲に収ま

ることが分かった。 $\alpha=90^\circ$ の場合は FEM や実験の値と Casagrande の方法の値がほぼ一致する結果となり、理論解ともほぼ一致することが分かった。適用性についても全て $\pm 10\%$ の適用範囲に収まること分かった。 $\alpha=120^\circ, 180^\circ$ の場合は 30° の時と同じような傾向になったが、FEM や実験の値と Casagrande の方法の値との差は $\alpha=30^\circ$ の時よりも小さくなること分かった。適用性について

堤体内浸透流に対する Casagrande, A の方法の適用性

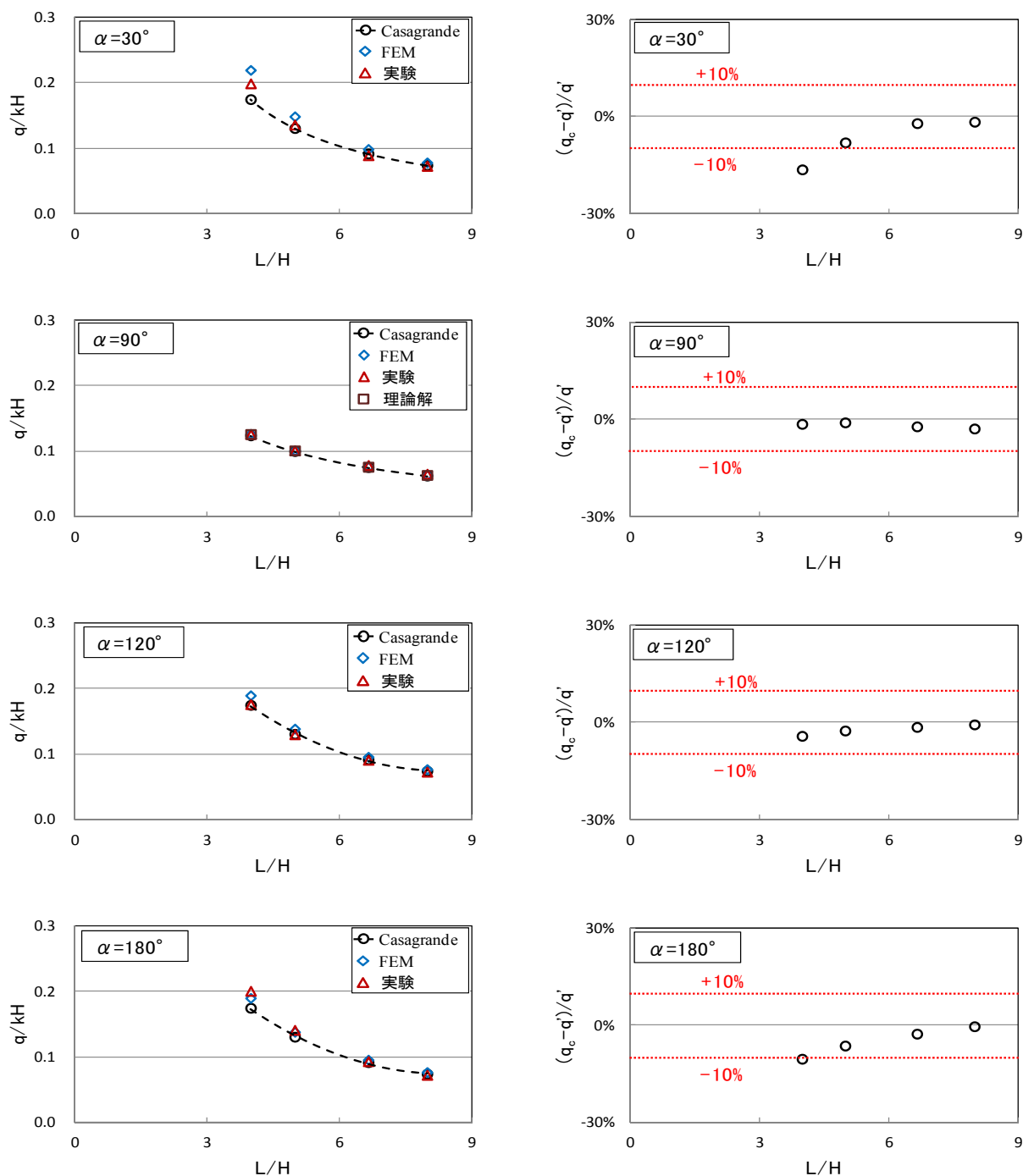


図 9 浸透流量(左)と適用性(右)

もほぼ全て $\pm 10\%$ の適用範囲に収まることが分かった。条件によっては $\pm 10\%$ の範囲に収まらないものもあるが、 $\pm 10\%$ の範囲に収まる結果の方が多かったことから Casagrande の方法で求める浸透流量は、十分な適用性があるといえる。

3.3 浸出面長 a

FEM と実験で得られた浸出面長と Casagrande の方法

で求めた浸出面長(左)と浸出面長の適用性(右)を図 10, 11 に示す。右の図の a_c は Casagrande の浸出面長、 a は実験と FEM の平均値(実験を行っていない条件については FEM の値)である。また、本研究では $\pm 10\%$ までを適用性があるとして検討を行った。

図 10 は堤体の底面長 L /上流水深 $H=4, 8$ の結果で、左の図が a/H と α の関係、右の図が $(a_c - a)/H$ と α の関係を示している。また、 $30^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ と $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ の範囲

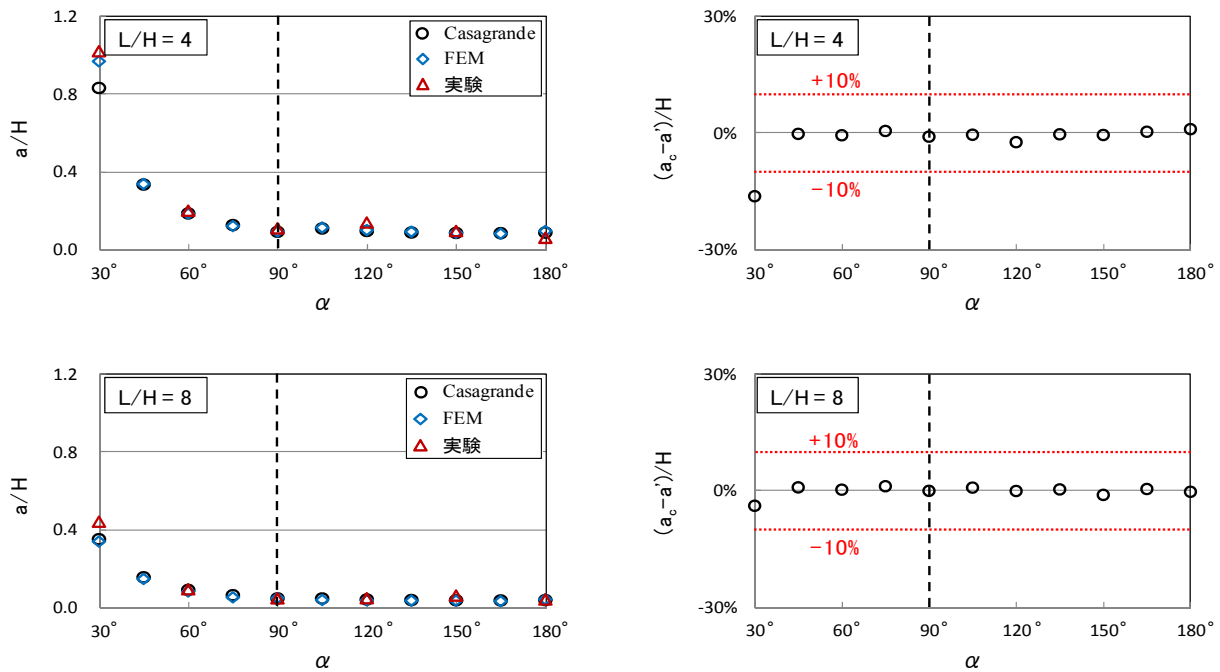


図 10 浸出面長(左)と適用性(右)

では堤体の形状が異なるため破線で区別してある。FEM と Casagrande の方法を比較した場合、 $L/H=4$ では、 $30^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ の範囲、 $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ の範囲ともに α の値が小さいほど大きな差が生じているが、 α の値が大きくなるほど差が小さくなる結果となり、 $L/H=8$ ではほぼ一致する結果となった。実験と Casagrande の方法の比較では、 $L/H=4, 8$ のどちらも $30^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ の範囲、 $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ の範囲ともに α の値が小さいほど大きな差が生じているが、 α の値が大きくなるほど差が小さくなり、 $L/H=4$ の $\alpha=180^\circ$ は Casagrande の方法より実験の値の方が小さくなることが分かった。適用性については $L/H=4$ 、 $\alpha=30^\circ$ 以外は全て $\pm 10\%$ の適用範囲に収まることが分かった。

図 11 は基礎地盤から浸出面までの角度 $\alpha=30^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ の結果で、左の図が a/H と L/H の関係、右の図が $(a_c - a)/H$ と L/H の関係を示している。FEM と Casagrande の方法の比較では、 $\alpha=30^\circ$ は L/H の値が小さいほど差が大きいが、 L/H の値が大きくなるにつれて差が小さくなり、 $\alpha=90^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ ではほぼ一致する結果となった。実験と Casagrande の方法の比較では、 $\alpha=30^\circ$ は全ての範囲で実験の値と差が生じているが、 $\alpha=90^\circ$ ではほぼ一致しており、 $\alpha=120^\circ, 180^\circ$ では L/H の値が小さいときに実験の値と差があるものの、 L/H の値が大きくなるにつれてほぼ一致する結果となった。適用性については、 $\alpha=30^\circ, L/H=4$ 以外の全てが $\pm 10\%$ の適用範囲に収まることが分かった。Casagrande の方法で求める浸出面長は、

浸透流量と同じように条件によっては適用範囲に収まらないものもあるが、 $\pm 10\%$ の適用範囲に収まる結果の方が多かったことから十分な適用性があるといえる。

3.4 基本放物線の P 点の修正

3.4.1 基本放物線の P 点の修正

図 12 は従来の係数 c を用いて、FEM と実験で得られた浸出面長 a の値になるように基本放物線の P 点の修正 $\overline{PP'}/l_1$ を逆算して求めたもので、 $\overline{PP'}/l_1$ と基礎地盤から浸出面までの角度 α の関係を示している。従来から提案されている 0.3 と FEM の結果から得られた $\overline{PP'}/l_1$ を比較してみると、 $30^\circ < \alpha \leq 75^\circ$ の範囲では、 30° が最も差が小さいものの α が大きくなるにつれて差が大きくなっていくことが分かった。しかし、 $105^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ の範囲では 105° が最も差が大きく α が大きくなるにつれて差が小さくなっていく結果となった。実験結果から得られた値との比較では、 $30^\circ < \alpha \leq 75^\circ$ の範囲は α が小さいほど値にばらつきがみられるが、 α が大きくなるにつれて値のばらつきが小さくなることが分かった。しかし、 $105^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ の範囲は α が大きくなるにつれて値のばらつきが大きくなっていく結果となった。また、 $\alpha=180^\circ$ 以外はほぼ全てが負の値となることが分かった。

図 13 は $\alpha=75^\circ, H=10\text{cm}$ のときの従来の $\overline{PP'}/l_1=0.3$ (上) と本研究で得られた $\overline{PP'}/l_1=6.8$ (下) を使って求めた基本放

堤体内浸透流に対する Casagrande, A の方法の適用性

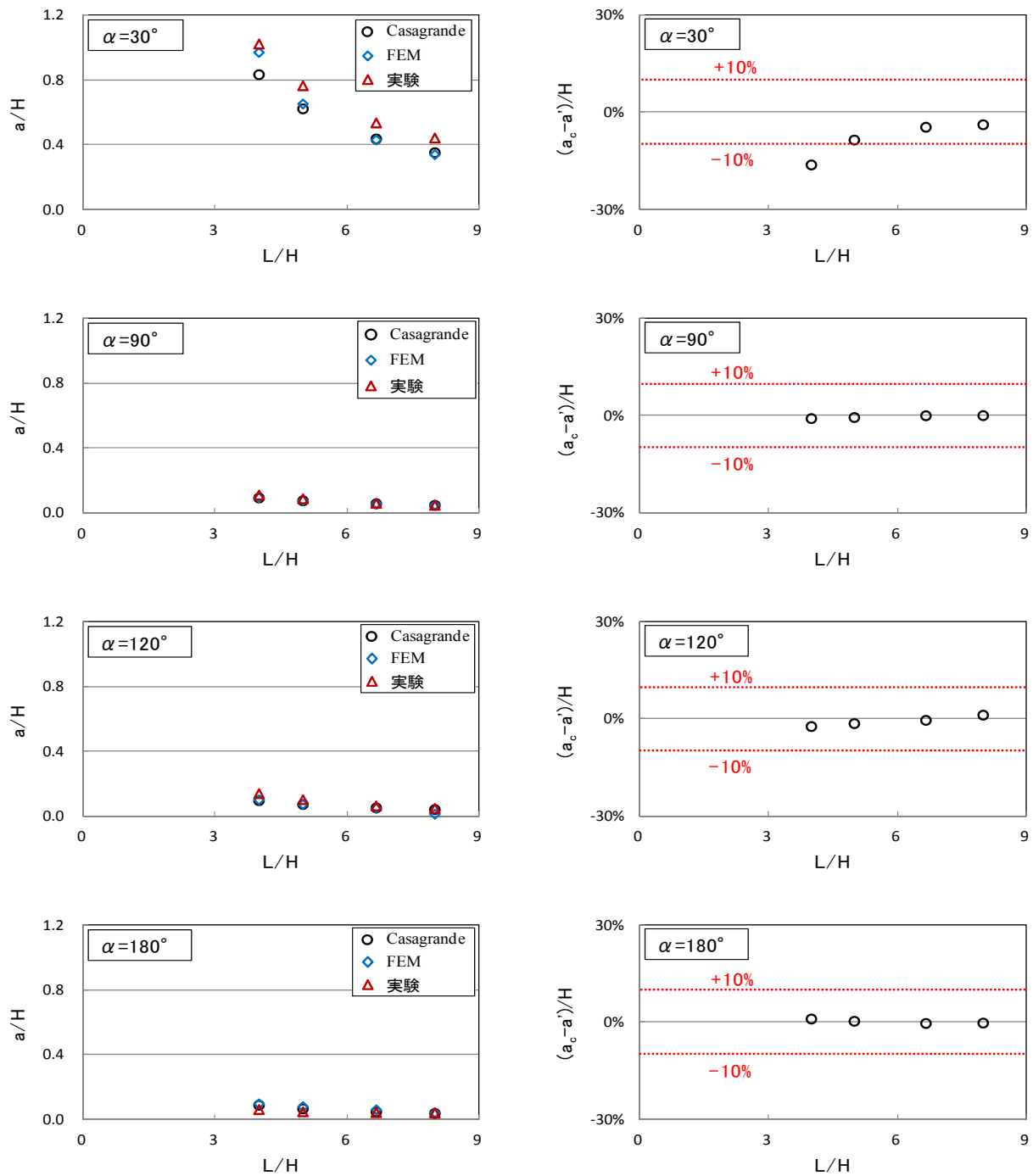


図 11 浸出面長(左)と適用性(右)

物線と FEM で得られた浸潤面の比較である。図を見ると、 $\overline{PP'}/l_1=0.3$ を使った場合は基本放物線と浸潤面がほぼ一致するのに対し、 $\overline{PP'}/l_1=6.8$ を使った場合は下流側法面付近だけ浸潤面と一致する結果となった。これらのことから浸出面長の精度を高めるために従来から提案されている 0.3 の値を変えることは適切ではないといえる。

3・4・2 基本放物線を変えた場合の浸透流量

$\alpha=30^\circ$ のときの本研究で得られた $\overline{PP'}/l_1$ を使って求めた浸透流量と従来の $\overline{PP'}/l_1=0.3$ を使って求めた浸透流量を図 14 に示す。図を見ると、従来の値は L/H の値が大きくなるにつれて実験結果と一致していくのに対して、本研究で得られた $\overline{PP'}/l_1$ を使って求めた浸透流量は L/H の値が大きくなるにつれて実験結果と差が出てくること

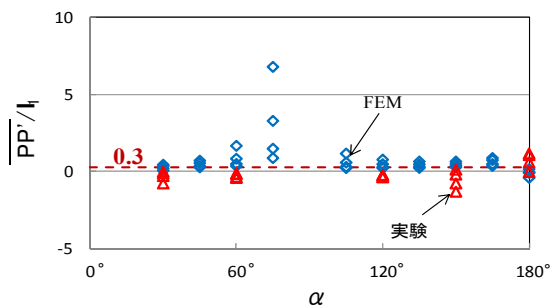


図 12 基本放物線 P 点の修正

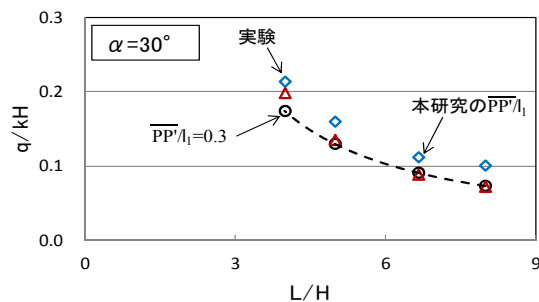


図 14 浸透流量

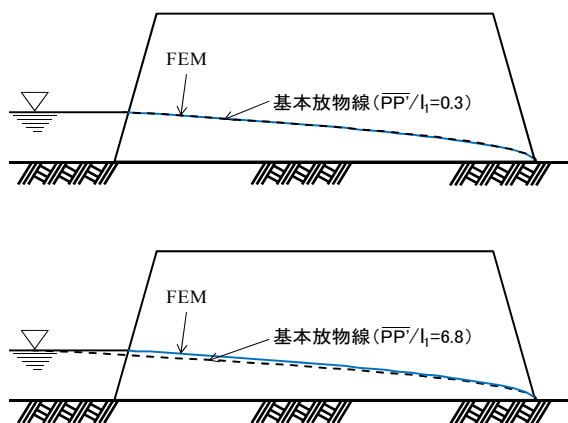


図 13 基本放物線と浸潤面(FEM)の比較

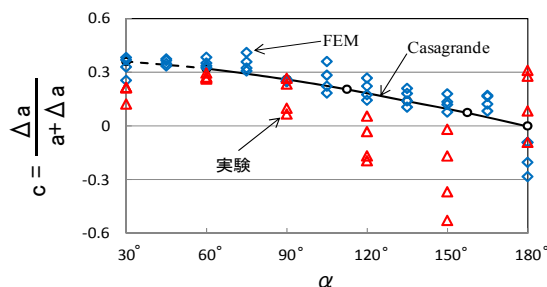


図 15 係数 c

分かった。 $\overline{PP'}/l_1$ の値を変えても L/H の違いによって実験結果と差が出てきてしまうことから $\overline{PP'}/l_1$ の値を変えるのは適切ではないといえる。

3.5 係数 c の補正

図 15 は FEM と実験で得られた浸出面長の値になるように係数 c の値を逆算し求めたもので、係数 c と基礎地盤から浸出面までの角度 α の関係を示している。図を見ると、FEM の結果から得られた係数 c はほぼ全ての範囲が従来から提案されている値よりも大きくなったが、 $\alpha=180^\circ$ は従来の値よりも小さくなる結果となった。実験結果から得られた係数 c はほぼ全ての範囲が従来から提案されている値よりも小さくなったが、 $\alpha=180^\circ$ は従来の値よりも大きくなる結果となった。また、FEM と実験結果から得られた係数 c は α の値が大きくなるにつれてばらつきが大きくなり、実験結果から得た係数 c は従来の値との差が大きくなっていく結果となった。 $\alpha=30^\circ$ 以外は本研究で求めた係数 c の値の範囲に従来の係数 c の値があることから $45^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ の範囲の係数 c の値は十分な適用性があるといえる。また、 $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ の範囲において FEM と実験から得られた係数 c の値が負の値となり浸出点が基本放物線と浸出面の交点より高くなってしまふことが分かった。しかし、本研究では本研究で

は $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ の実験は堤体の上下流法面の傾斜角 β を 30° として研究を行ったため、今後は β を変えた場合についての研究も必要であると考えられる。

4. 結論

本研究では、堤体内浸透流の浸透流量と浸出面長を求める Casagrande の方法の適用性と精度を高めるための方法を実験と FEM 解析を行って検討した。本研究で得られた結論を以下に示す。

1. 基本放物線をもとに描く Casagrande の方法の浸潤面と実験で得られた浸潤面がほぼ一致する結果が得られた。
2. 浸透流量は、 $\alpha=30^\circ, 180^\circ$ の L/H の値が小さい場合においては $\pm 10\%$ の適用範囲に収まらなかったものの、それ以外の条件ではほぼ一致する結果となったことから $45^\circ \leq \alpha \leq 165^\circ$ の範囲においては十分な適用性があるといえる。
3. 浸出面長は、 $\alpha=30^\circ$ の L/H の値が小さい場合においては $\pm 10\%$ の適用範囲に収まらなかったものの、それ以外の条件ではほぼ一致する結果となったことから $45^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ の範囲においては十分な適用性があるといえる。
4. 従来からの係数 c を変えずに、精度を高める方法として基本放物線の P 点の修正を実験結果から求めた結果、 $\overline{PP'}/l_1$ の値が全て負の値となり、基本放物線の P 点が堤体の内部になってしまうことと

$\overline{PP'}/l_1$ の値を変えた場合の浸透流量を求めた結果、浸透流量の精度を高めることにはつながらなかったことから従来から提案されている $\overline{PP'}/l_1=0.3$ の値を変えるのは適切ではないといえる。

5. 浸出面長の精度を高めるための方法として係数 c の値を FEM と実験で得られた浸出面長 a から求めた結果、 $\alpha=30^\circ$ は係数 c の値を変えて精度を高める必要があるが、 $45^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ の範囲の係数 c は十分な適用性があることが分かった。また、 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ の範囲に関しては値が負の値となり浸出点が基本放物線と浸出面の交点より高くなってしまったことが分かった。しかし、本研究では $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ の実験は堤体の上下流法面の傾斜角 β を 30° として研究を行ったため、今後は β を変えた場合についての研究も必要であると考えられる。

謝辞

本研究は科研費(23560599)の助成を受けた。ここに記して心から感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 大根義男：実務者のための土質工学，技報堂出版，pp. 87-103, 2010
- 2) Polubarinnova-Kochina, P. YA. , De Wiest, Roger J. M. : Theory of ground water movement, Princeton University Press, pp. 281-297, 1962.
- 3) Harr, M. E. : Groundwater and Seepage, McGraw-Hill, pp. 41-67, 1962.
- 4) Casagrande, A. : Journal of the Boston Society of Civil Engineers, Boston Society of Civil Engineers, pp. 295-336, 1937.
- 5) 農林水産省構造改善局：土地改良事業計画設計基準設計 ダム，農業土木学会，pp. 188-208, 1981.
- 6) 渡辺忠，吉武美孝：フィルダムの浸透流解析に対する Casagrande の方法の適用性について，農業土木学会誌 第46巻 第5号，pp. 326-334, 1978.
- 7) 山口柏樹，大根義男：フィルダムの設計及び施工，技報堂出版，pp. 209-225, 1973.

(受理 平成 24 年 3 月 19 日)