複合負荷を受けるセルロイドのクリープ変形

戸　伏　寿　昭

Creep Deformation of Celluloid under Complex Load

Hisaaki Tobushi

ねじりに続く軸引張りの，直交する二分枝折れ線応力経路で生じるクリープ変形の検討を行なう．この応力経路により生じるクリープひずみ経路は軸方向に片寄り，軸方向の変形抵抗が小さくなる．この傾向は時間の経過と共に小さくなる．このようなクリープ変形は，応力成分の連成効果を考えた構成方程式で精度良く近似できる．

1. 緒　言

近年，機械装置の高温における使用に伴い．クリープ変形解析の重要性が高まっている．従来のクリープ理論では，ひずみ速度テンソルと応力テンソルの共軸性が仮定されている.[1] これに対し，常温における金属の複合負荷試験により，負荷経路の急変後，ひずみ増分テンソルと応力テンソルの主方向が一致しないことが明らかにされており,[2] セルロイドの複合負荷試験でも，この現象が確かめられている.[3] しかし，クリープ変形に対する複合負荷試験はほとんど行なわれておらず，また複合負荷過程に対しても共軸の関係式が使用されている.[4]

ここでは，複合負荷を受ける場合のクリープ変形の検討を行なう最初の段階として，加熱軟化したセルロイドを選び，直交二分枝折れ線応力経路の予応力を一定に保ち，折れ点後の応力経路の影響を調べる．また，応力成分の連成効果を考えた，ひずみ速度テンソルと応力テンソルの非共軸の関係を検討する．

2. 試 験 片

試験片は外径ϕ50mm，厚さ3mmのセルロイド薄肉円管で，その形状を図1に示す．試験片の中央部には，変形状態を観察するため，2mm間隔の網目がけがいてある．試験片の変形状態は，この網目の変化を写真撮影し，これを万能投影機で測定して求める．

3. 実験方法

図1に示したセルロイド薄肉円管試験片を，65°C 油中に置き，これに引張りとねじりの組合せ負荷を与え,[5] 対応して生じる変形を測定する．負荷経路は，図2に示す偏差応力平面において，互いに直交する二分枝折れ線応力経路に沿って与える． Σ_0 は折れ曲がり点Tまでの経路の長さを表わし，予応力を定める．$\delta\Sigma$は点Tから考える点Nまでの経路の長さを表わす．したがって，最初に点Tまでねじり，点Tに達した後は，ねじり応力 $\tau_{z\theta}$ ($=\Sigma_0/\sqrt{3}$)を一定に保ったまま軸引張応力σ_z ($=\delta\Sigma$)

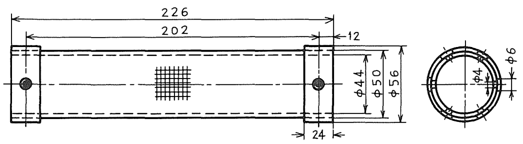

図1　試　　験　　片

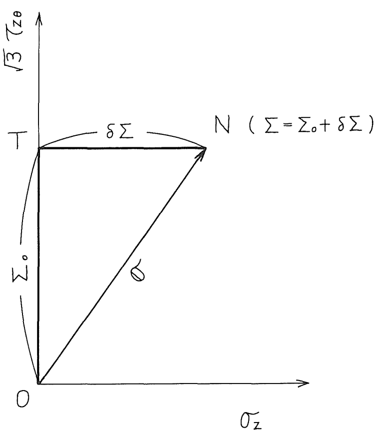

図2　応　　力　　経　　路

を加える．点Nに達した後は，この応力状態を一定に保ち，時間の経過と共に生じるクリープひずみを測定する．なお，点Nに達するまでの応力経路の長さΣの時間に関する変化率$\dot{\Sigma}$は一定値 $\dot{\Sigma}=0.008$kg／mm²／min に保ち，予応力は$\Sigma_0=0.7$kg／mm²とする．$\delta\Sigma$の値は0.3, 0.5 および0.7kg／mm² とし，これらに対応する実験番号を1, 2 および3とする．

4, 実験結果

点N'（時間tn）に達してから考える瞬間 t までの経過時間 δt $(=t-tn)$ と，対応して生じたクリープ軸ひずみ $\delta\epsilon_z^c$ との関係を図3に，δt とクリープせん断ひずみ $\delta\gamma_{z\theta}^c$ との関係を図4に，各種の記号で示す．いずれの場合も，経過時間δtの増加と共に，クリープひずみ速度が徐々に減少し，ひずみは一定値に近づく傾向がある．

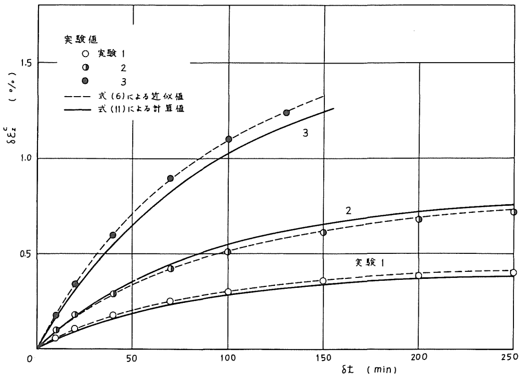

図3　クリープ軸ひずみ $\delta\varepsilon_z^c$

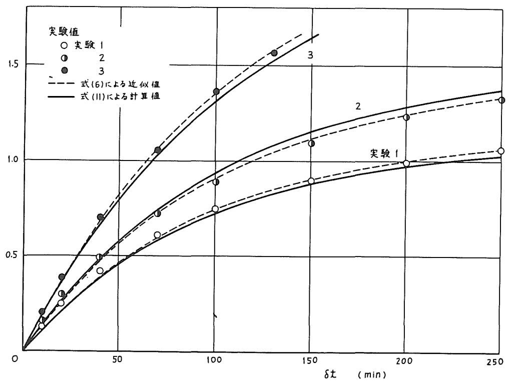

図4　クリープせん断ひずみ $\delta\gamma_{z\theta}^c$

つぎに，点Nの応力ベクトルの方向に対するクリープひずみ経路を図5に示す．ここで，破線は応力ベクトルの方向を示し，経過時間δtの値は図中に各種の記号で示してある．この図から，クリープひずみ経路は，応力ベクトルの方向に対して横方向，すなわち軸方向に片寄っており，軸方向の変形抵抗が小さいことがわかる．また，経路の接線方向で示されるクリープひずみ増分ベクトルの方向は，δt の増加と共に応力ベクトルの方向に近づいていくことがわかる．この関係をより詳細に見るために，応力ベクトルの方向$\theta\sigma$とクリープひずみ増分ベクトルの方向 θde とのなす角 $(\theta\sigma-\theta \mathrm{de})$ と，経過時間 δt との関係を図6に示す．この図から，δtが大きくなれば角 $(\theta\sigma-\theta \mathrm{de})$ は小さくなり，θdeは$\theta\sigma$に近づく．また，δtが150分でいずれの場合も角 $(\theta\sigma-\theta \mathrm{de})$ は6度以下になる．このように，時間の経過と共に応力経路の折れ曲がりの影響が小さくなり，比例負荷状態に近づくことがわかる．

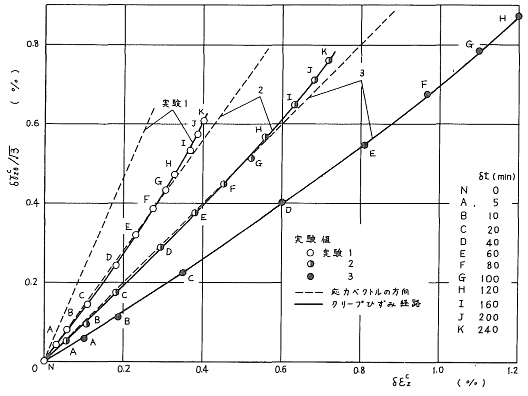

図5　クリープひずみ経路

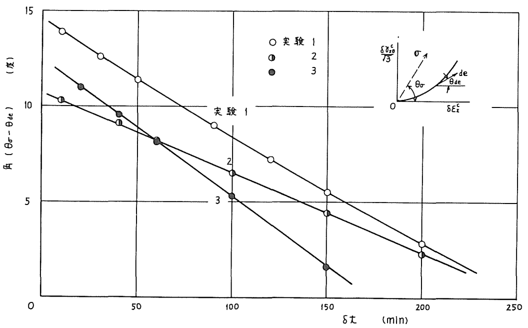

図6　角 $(\theta\sigma-\theta_{de})$

5, 考　察

5.1　形式化の検討

薄肉円管に軸応力 σ_z とねじり応力 $\tau_{z\theta}$ を加えた場合，応力テンソル $\mathbf{T}\sigma$ とひずみテンソル $\mathbf{Te}$ は

$$\mathbf{T}\sigma=\begin{pmatrix}\sigma_z & \tau_{z\theta} & 0\\ \tau_{z\theta} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\qquad \mathbf{Te}=\begin{pmatrix}\epsilon_z & \gamma_{z\theta}/2 & 0\\ \gamma_{z\theta}/2 & \epsilon_\theta & 0\\ 0 & 0 & \epsilon_r\end{pmatrix} \quad (1)$$

となる．ここで，ϵ_z，ϵ_θおよびϵ_rは軸，円周および半径ひずみを表わし，$\gamma_{z\theta}$ はせん断ひずみを表わす．材料が等方で非圧縮の場合，$\mathbf{T}\sigma$と$\mathbf{Te}$の偏差テンソルは

$$\mathrm{D}\sigma=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\sigma_z & \tau_{z\theta} & 0\\ \tau_{z\theta} & -\frac{1}{3}\sigma_z & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\sigma_z\end{pmatrix},\qquad \mathrm{De}=\begin{pmatrix}\epsilon_z & \frac{1}{2}\gamma_{z\theta} & 0\\ \frac{1}{2}\gamma_{z\theta} & -\frac{1}{2}\epsilon_z & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\epsilon_z\end{pmatrix}\quad (2)$$

となる．σ_zと$\tau_{z\theta}$の組合せに対して，$\mathrm{D}\sigma$と De は半径方向に主軸をもつので，第3行3列を除いた

$$^{(2)}\mathrm{D}\sigma=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\sigma_z & \tau_{z\theta}\\ \tau_{z\theta} & -\frac{1}{3}\sigma_z\end{pmatrix},\qquad ^{(2)}\mathrm{De}=\begin{pmatrix}\epsilon_z & \frac{1}{2}\gamma_{z\theta}\\ \frac{1}{2}\gamma_{z\theta} & -\frac{1}{2}\epsilon_z\end{pmatrix}\quad (3)$$

について考える．ひずみテンソル$^{(2)}\mathrm{De}$の各成分の時間に関する変化率で構成されるひずみ速度テンソル$^{(2)}\dot{\mathrm{De}}$と応力テンソル$^{(2)}\mathrm{D}\sigma$が共軸であれば

$$^{(2)}\dot{\mathrm{De}}=\mathrm{A}\,^{(2)}\mathrm{D}\sigma \quad (4)$$

となる．ここで，係数Aは応力履歴と時間の関数である．図5のように，ひずみ速度テンソルと応力テンソルとの主軸が一致しなくなった場合，式(4)の形では変形を正しく表わせない．この為に，応力テンソル$^{(2)}\mathrm{D}\sigma$の成分の連成効果を考えて，構成方程式を次のように表わす．

$$^{(2)}\dot{\mathrm{De}}=\mathrm{A}\,^{(2)}\mathrm{D}\sigma,\qquad \mathrm{A}=\begin{pmatrix}\mathrm{A}_{11} & \mathrm{A}_{12}\\ \mathrm{A}_{21} & \mathrm{A}_{22}\end{pmatrix}\quad (5)$$

ここで，係数Aは応力履歴と時間の関数である．図2のような応力経路に対しては，Aij＝Aij（Σo，$\delta\Sigma$，δt）と考えられる．

5.2　係数の決定

前節で導入した係数Aの関数形の検討を行なう．

図3と4で示したクリープひずみは一定値に近づく傾向があり，次の指数関数で表わされる．

$$\left.\begin{aligned}\delta\epsilon_z^c &= a\ (1-e^{-b\delta t})\\ \delta\gamma_{z\theta}^c &= a'\ (1-e^{-b'\delta t})\end{aligned}\right\}\quad (6)$$

式(6)に含まれる係数 a，a′，b，b′ の値を表1に選んだ場合の$\delta\epsilon_z^c$と$\delta\gamma_{z\theta}^c$の計算値を，図3と4に破線で示す．破線と実験値を比較すれば，式(6)はクリープひずみを精度良く表わすことがわかる．

表1．係数 a, b, a′, b′ の値（$\times 10^{-2}$）

実験番号	a	b (min^{-1})	a′	b′ (min^{-1})
1	0.42	1.26	1.15	1.03
2	0.76	1.13	1.45	0.98
3	1.65	1.09	2.40	0.83

係数Aは式(5)より

$$\mathrm{A}=\,^{(2)}\dot{\mathrm{De}}\ ^{(2)}\mathrm{D}\sigma^{-1}\quad (7)$$

となる．これより，$^{(2)}\dot{\mathrm{De}}$と$^{(2)}\mathrm{D}_\sigma$の各成分を代入すれば，Aの各成分は

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{A}_{11}=\mathrm{A}_{22}&=\frac{6\sigma_z\dot{\epsilon}_z+9\tau_{z\theta}\dot{\gamma}_{z\theta}}{4\sigma_z^2+18\,\tau_{z\theta}^2}\\ \mathrm{A}_{12}=-2\mathrm{A}_{21}&=\frac{9\tau_{z\theta}\dot{\epsilon}_z-3\sigma_z\,\dot{\gamma}_{z\theta}}{2\sigma_z^2+9\,\tau_{z\theta}^2}\end{aligned}\right\}\quad (8)$$

となる，この各成分に対し，式(6)によるひずみ速度成分と表1の値を式(8)の右辺に代入して求めた Aij の値を，経過時間 δt との関係で，図7に各種の記号で示す．図

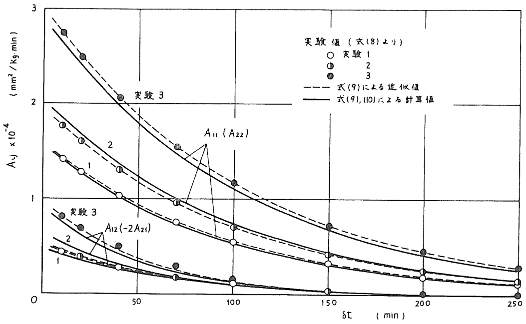

図7　係　　数　A_{ij}

から，いずれの成分 Aij もδtの単調な減少関数である．また，A_{12}とA_{21}は，δtが150分で，ほぼ0に等しくなる．このことは，図5と6で検討した，ひずみ増分ベクトルの方向が応力ベクトルの方向に近づく現象を表わす．

このようなδtの単調な減少関数 Aij は，次のような指数関数で表わされる．

$$\mathrm{Aij}=a_{ij}e^{-b_{ij}\,\delta t}\quad (9)$$

ここで，Σoは一定であるから，$a_{ij}=a_{ij}\ (\delta\Sigma)$，$b_{ij}=b_{ij}(\delta\Sigma)$と考えられる．実験結果を良く表わす値として，表2のa_{ij}とb_{ij}を選び，この値による式(9)の計算値を，図7の

表2．係数 a_{ij} と b_{ij} の値

実験番号	a_{11} (a_{22}) $\times 10^{-4}$ (mm^{2}Kg^{-1}min^{-1})	b_{11} (b_{22}) $\times 10^{-2}$ (min^{-1})	a_{12} ($-2a_{21}$) $\times 10^{-4}$ (mm^{2}Kg^{-1}min^{-1})	b_{12} (b_{21}) $\times 10^{-2}$ (min^{-1})
1	1.59	1.06	0.52	1.66
2	1.95	1.04	0.55	1.73
3	3.0	0.95	1.01	2.04

破線で示す．破線と実験値を比較すれば，式(9)で実験結果を精度よく表わせることがわかる．つぎに，これらの係数a_{ij}とb_{ij}の$\delta\Sigma$に対する関係を図8と9に各種の記号で示す．いずれも単調な増加または減少関数である．これらの関係を次の関数で近似し，その計算値を図8と9に実線で示す．

$$\left.\begin{aligned}a_{11}=a_{22}&=1.3\times10^{-4}\cosh\ 2.06\delta\Sigma\\ a_{12}=-2a_{21}&=4\times10^{-5}\cosh\ 2.12\delta\Sigma\\ b_{11}=b_{22}&=(-0.271\delta\Sigma+1.16)\times10^{-2}\\ b_{12}=b_{21}&=(0.971\delta\Sigma+1.32)\times10^{-2}\end{aligned}\right\}\quad (10)$$

式(10)を式(9)に代入し，求めた Aij の計算値を図７の実線で示す．図から，これらの関係で係数Ａは精度良く表わせることがわかる．

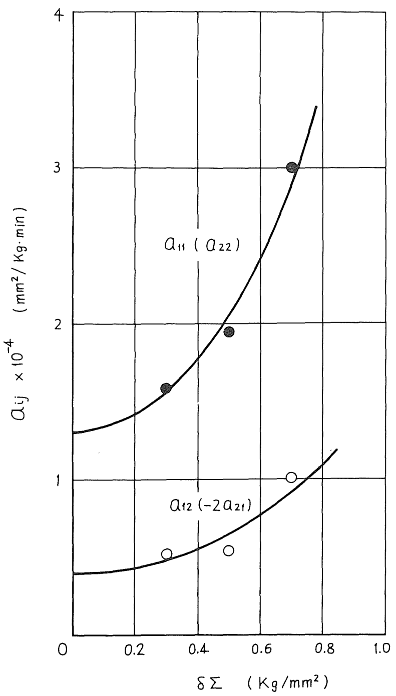

図８　a_{ij} と $\delta\Sigma$ の関係

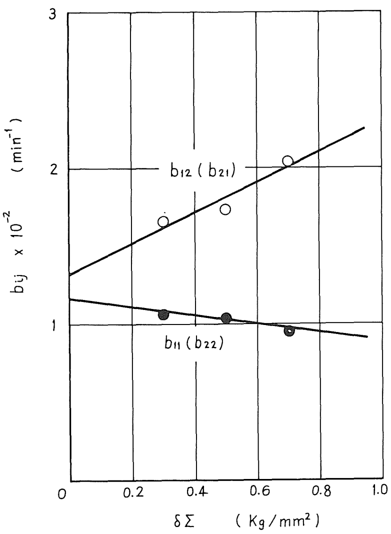

図９　b_{ij} と $\delta\Sigma$ の関係

5.3　計算結果との比較

式(5)の精度を検討するため，前節で定めた係数によるひずみの計算値と実験値との比較を行なう．式(9)の係数 Aij を式(5)に代入し，考える瞬間ｔのクリープひずみ成分を求めれば，次のようになる．但し，係数 a_{ij} と b_{ij} は式(10)で定まる．

$$\left.\begin{aligned}
\delta\epsilon_z^c &= \tfrac{2}{3}\delta\Sigma\frac{a_{11}}{b_{11}}\{1-e^{-b_{11}(t-t_n)}\} \\
&\quad+\frac{\Sigma o}{\sqrt{3}}\frac{a_{12}}{b_{12}}\{1-e^{-b_{12}(t-t_n)}\} \\
\delta\gamma_{z\theta}^c &= \frac{2}{\sqrt{3}}\Sigma o\frac{a_{11}}{b_{11}}\{1-e^{-b_{11}(t-t_n)}\} \\
&\quad-\tfrac{2}{3}\delta\Sigma\frac{a_{12}}{b_{12}}\{1-e^{-b_{12}(t-t_n)}\}
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

式(11)による計算値を，図３と４に実線で示す．これより，計算値は６％の範囲内で実験値を近似しており，式(5)は折れ点のある応力経路により生じるクリープひずみ速度を精度良く表わすことができる．

6, 結　言

直交二分枝折れ線応力経路に対する，軟化セルロイド薄肉円管のクリープ変形に対する検討により得られた要点は，次の通りである．

1）ねじり予応力に続く軸引張りの応力経路により生じるクリープひづみ経路は，最初，軸方向に片寄っているが，徐々に応力ベクトルの方向に近づき，時間の経過と共に折れ曲がりの影響が小さくなる．

2）クリープひずみ速度テンソルと応力テンソルの主軸が一致しない場合，応力成分の連成効果を考え，係数を式(9)，(10)で表わした構成方程式(5)により，クリープひずみ速度は精度良く近似できる．

最後に，本研究に対し御指導いただきました名古屋大学工学部　大橋義夫教授，実験については当時大学院生鈴木三博氏のご協力をいただいたことを記して感謝の意を表します．

参 考 文 献

1）F. K. G. オドクヴィスト，J. ハルト；クリープ強さの理論（村上訳），培風　館（昭42）
2）大橋，徳田，水野；日本機械学会論文集，40—331（昭49—３），680
3）大橋，徳田，戸伏；日本機械学会論文集，38—310（昭47—６），1223
4）S. S. Chu, O. M. Siedebottom; Experimental Mechanics，（1970—６），225
5）大橋，戸伏，鈴木；日本機械学会論文集，42—364（昭51—12），3744